

# **ANALOGNA ELEKTRONIKA**

**6**

# 6

## **Diferencijalni pojačavači** **Analogni množači**

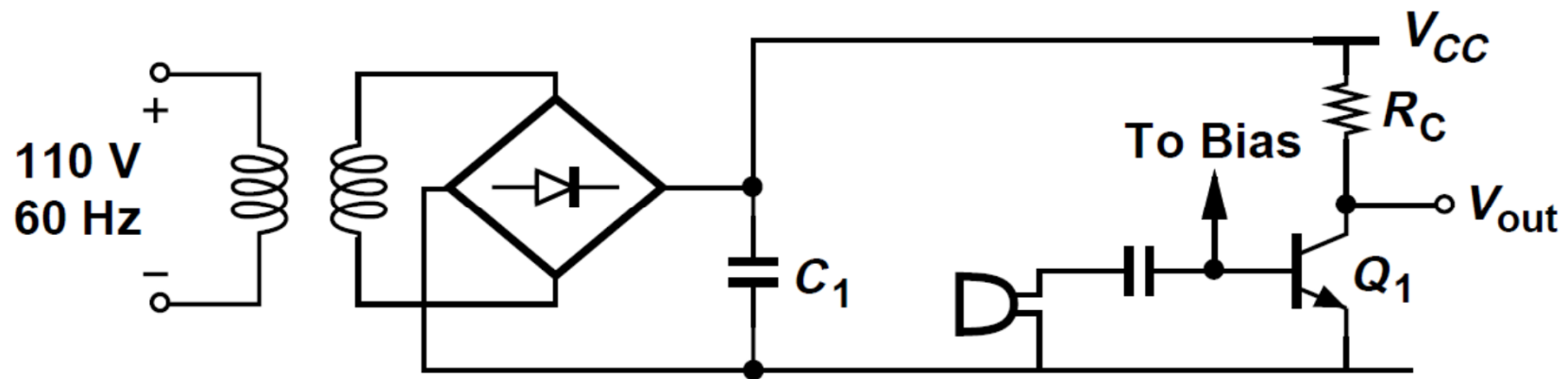
# Uvod

- Koncept „diferencijalnih“ signala i pojačavača je izmišljen 1940-tih godina i prvo je primenjivan u vakuumskim cevima
- Danas diferencijalni pojačavači imaju veliku primenu u mnogim savremenim sistemima

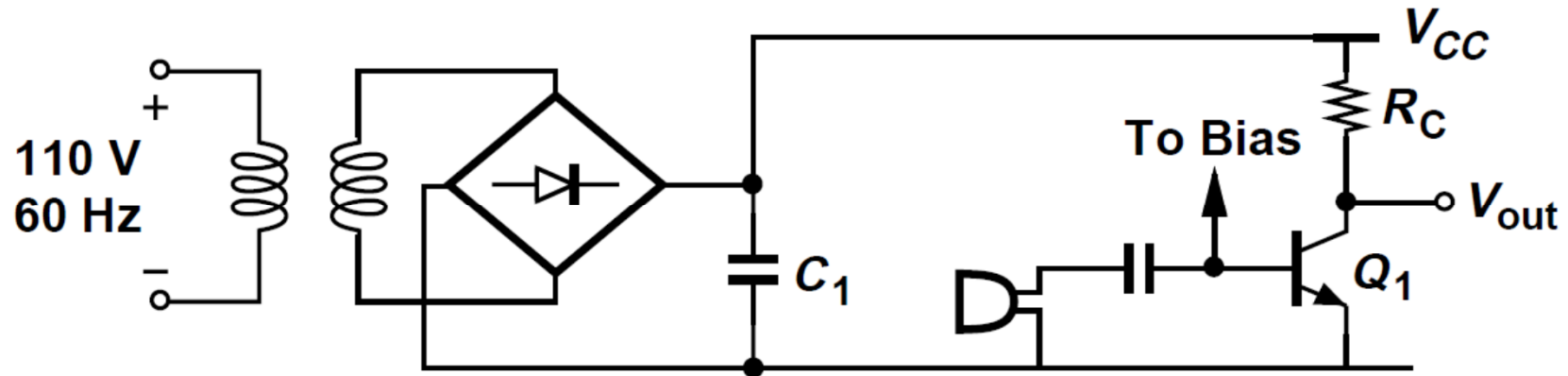
# Uvod

- Da bismo razumeli potrebu za diferencijalnim kolima, razmotrićemo jedan primer:

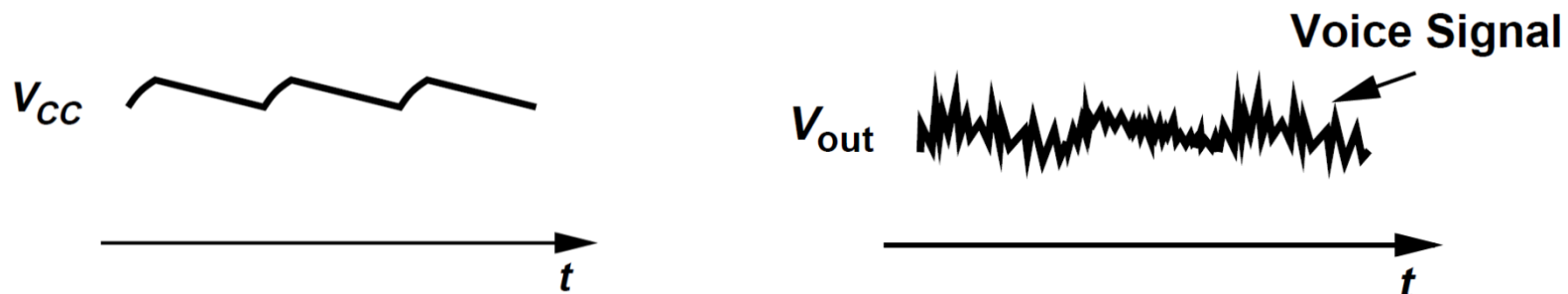
Student elektronike projektuje sistem sa slike da bi pojačao signal sa mikrofona. Nažalost, kada signal dođe do zvučnika, student primećuje da pojačani signal sadrži dosta šuma, tj. stabilnu NF komponentu. Objasniti šta se dešava.



# Uvod

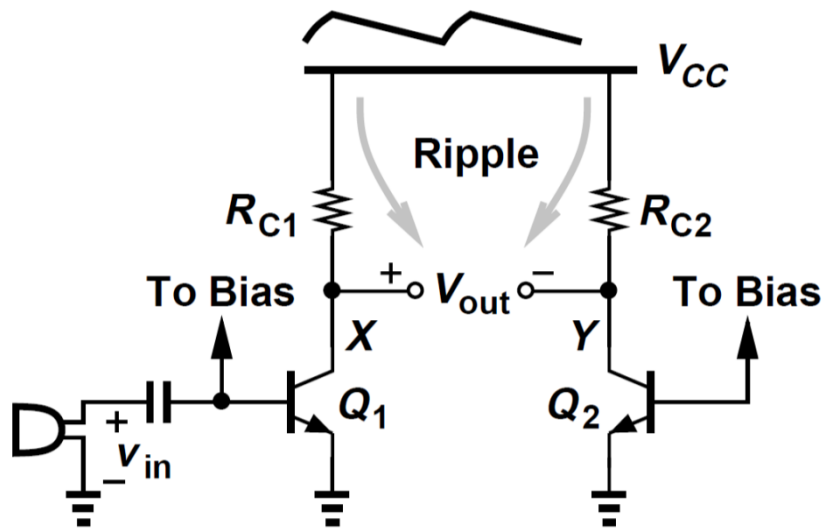


- Struja koja izlazi iz ispravljača ima faktor talasnosti.
- Napon na izlazu pojačavača sa zajedničkim emitorom,  $V_{out} = V_{CC} - R_C I_C$  tako da  $V_{out}$  „prati“  $V_{CC}$ , i samim tim ima talasnost.
- Šum na izlazu potiče i od signala i od talasnosti.



# Uvod

- Kako potisnuti šum u prethodnom primeru?
  - Povećati  $C_1$
  - **modifikovati topologiju kola tako da je izlaz neosetljiv na  $V_{CC}$**
- Šta ako  $V_{out}$  ne merimo u odnosu na masu nego u odnosu na neku drugu referentnu tačku???



$$v_X = A_v v_{in} + v_r$$

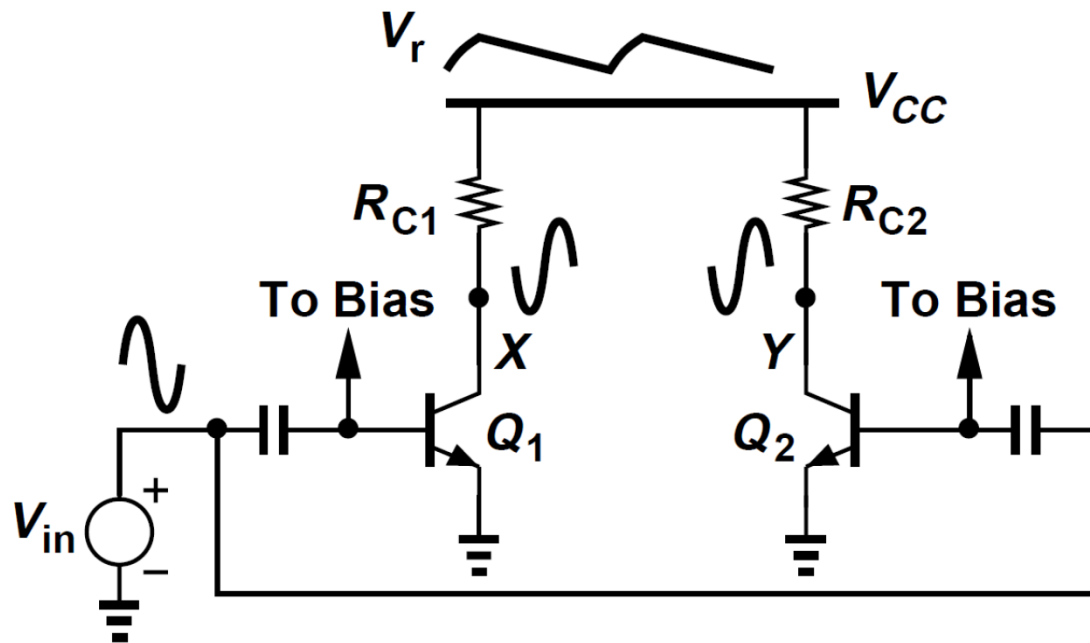
$$v_Y = v_r$$

$$v_X - v_Y = A_v v_{in}$$

$Q_2$  je običan izvor konstantne struje

# Diferencijalni signali

- X i Y su u fazi



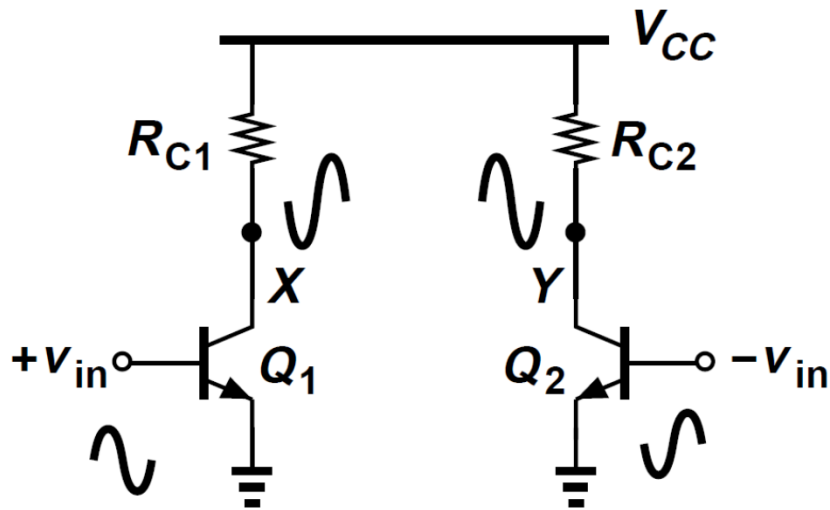
$$v_X = A_v v_{in} + v_r$$

$$v_Y = A_v v_{in} + v_r$$

$$v_X - v_Y = 0$$

# Diferencijalni signali

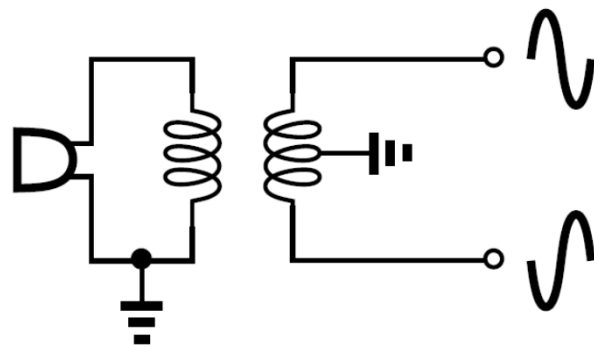
- X i Y su u protivfazi



$$v_X = A_v v_{in} + v_r$$

$$v_Y = -A_v v_{in} + v_r$$

$$v_X - v_Y = 2A_v v_{in}$$



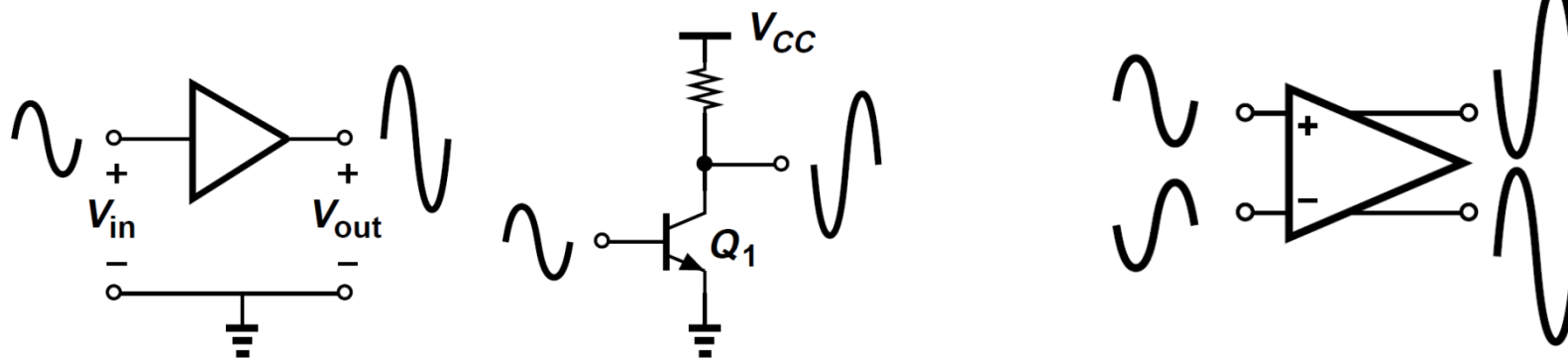
Koristimo transformator da bismo dobili signale u protivfazi



# Diferencijalni signali

- Zaključak:

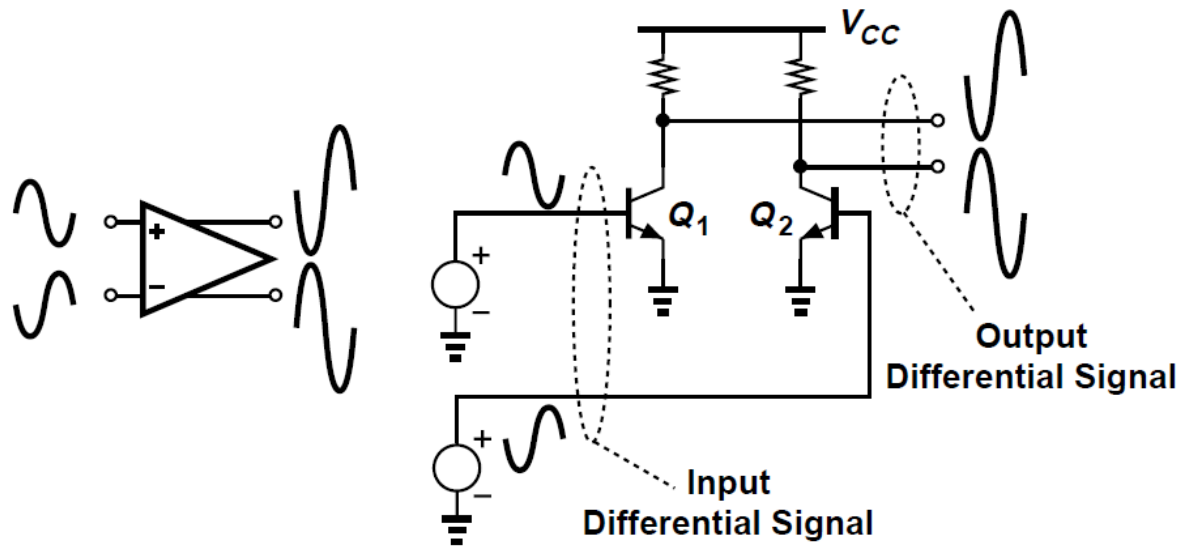
*Na kolo se dovode dva ulaza koji se menjaju istovremeno ali u protivfazi, a generišu se dva izlazna signala koji se ponašaju na sličan način. Ovo je primer „diferencijalnih signala“, za razliku od „single-ended“ signala, koji se mere u odnosu na zajedničku masu*



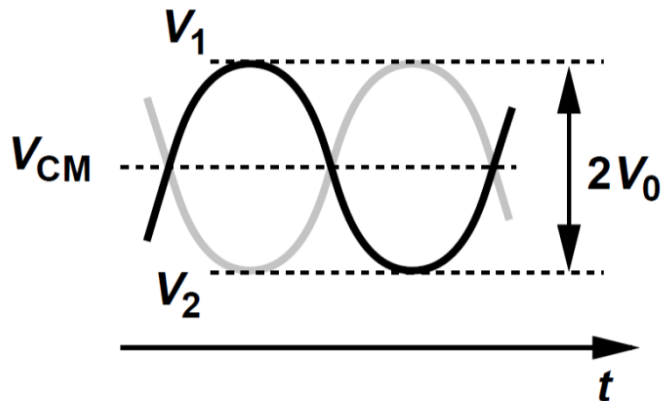
# Diferencijalni signali

- Zaključak:

*Na kolo se dovode dva ulaza koji se menjaju istovremeno ali u protivfazi, a generišu se dva izlazna signala koji se ponašaju na sličan način. Ovo je primer „diferencijalnih signala“, za razliku od „single-ended“ signala, koji se mere u odnosu na zajedničku masu*



# Diferencijalni signali



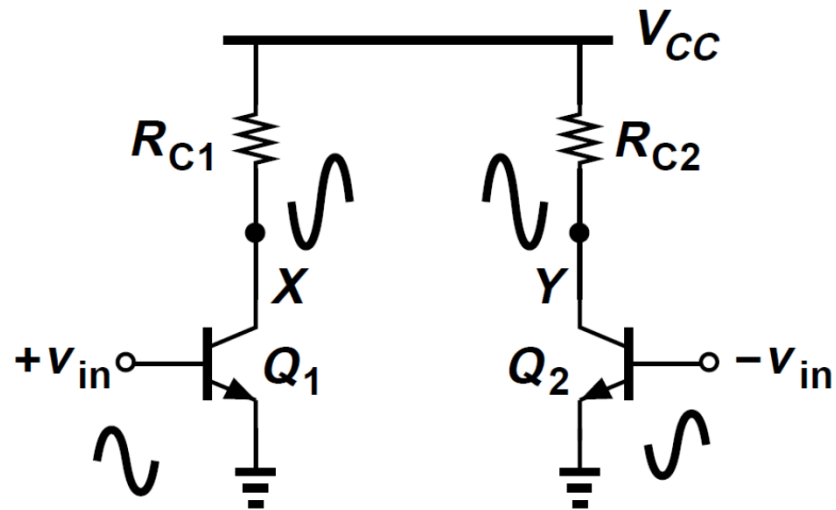
$$V_1 = V_0 \sin \omega t + V_{CM}$$

$$V_2 = -V_0 \sin \omega t + V_{CM}$$

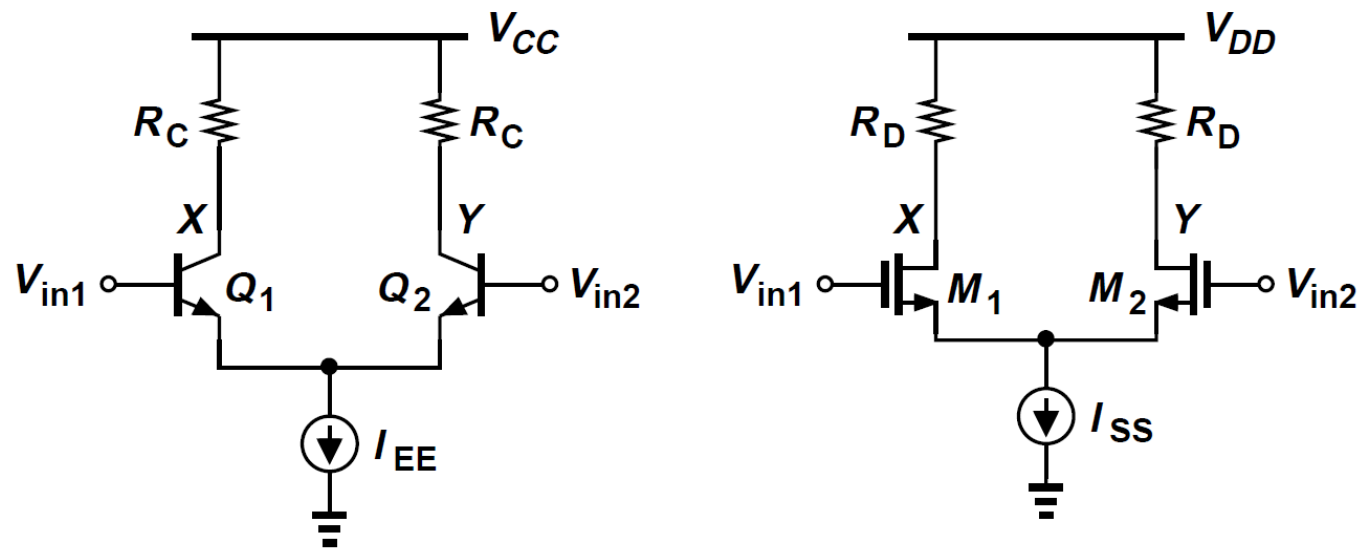
- $V_1$  i  $V_2$  se menjaju za istu vrednost, samo suprotne faze, i imaju isti DC nivo ( $V_{CM}$ ) u odnosu na masu.
- Taj DC nivo je zajednički za  $V_1$  i  $V_2$ , i zove se „common-mode“ (CM) nivo
- To znači da u odsustvu diferencijalnih signala, dva čvora ostaju na potencijalu  $V_{CM}$  u odnosu na masu.

# Primer 1

- Odrediti „common-mode“ (CM) nivo na izlazu kola sa slike

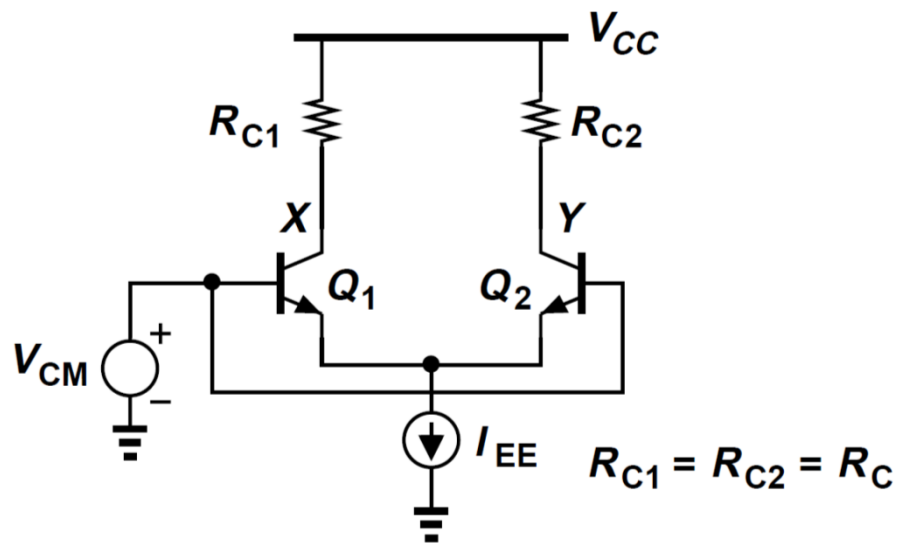


# Diferencijalni par



- Kola su simetrična, smatra se da su otpornici i tranzistori identični

# Bipolarni diferencijalni par



u odsustvu signala na ulazima

$$V_{BE1} = V_{BE2}$$

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{I_{EE}}{2}$$

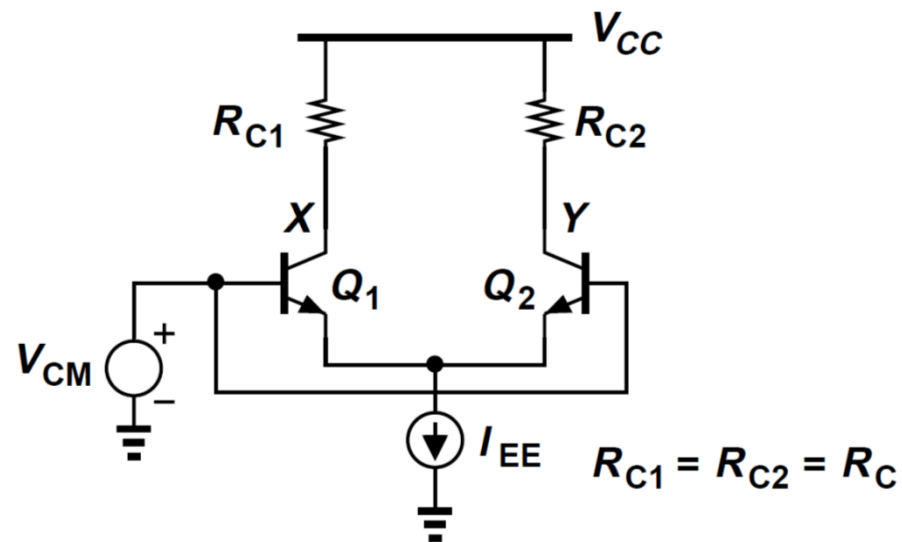
kolo je „u ravnoteži“

$$V_X = V_Y = V_{CC} - R_C \frac{I_{EE}}{2}$$

Ako su dva ulazna signala jednaka, jednaki su i izlazi, tj. nulti diferencijalni ulaz proizvodi nulti diferencijalni izlaz.

Kolo „odbija“ efekat talasnosti napajanja, ako se desi promena na  $V_{CC}$ , to se ne odražava na diferencijalni izlaz  $V_X - V_Y$ .

# Bipolarni diferencijalni par

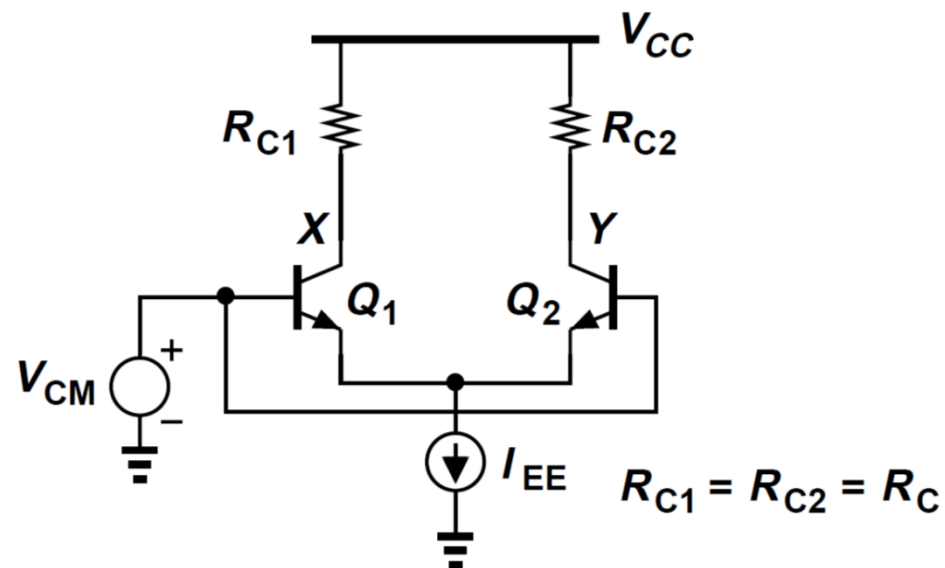


Da bi se izbeglo da su  $Q_1$  i  $Q_2$  u zasićenju, naponi na kolektorima ne smeju da padnu ispod vrednosti napona na bazi:

$$V_{CC} - R_C \frac{I_{EE}}{2} \geq V_{CM} \quad \text{tako da } V_{CM} \text{ ne može biti proizvoljno veliko.}$$

## Primer 2

- Bipolarni diferencijalni par ima opterećenje  $1\text{k}\Omega$  i struju diferencijalnog para ( $I_{EE}$ ) od  $1\text{mA}$ . Koliko blizu mogu biti  $V_{CC}$  i  $V_{CM}$ ?





# Bipolarni diferencijalni par

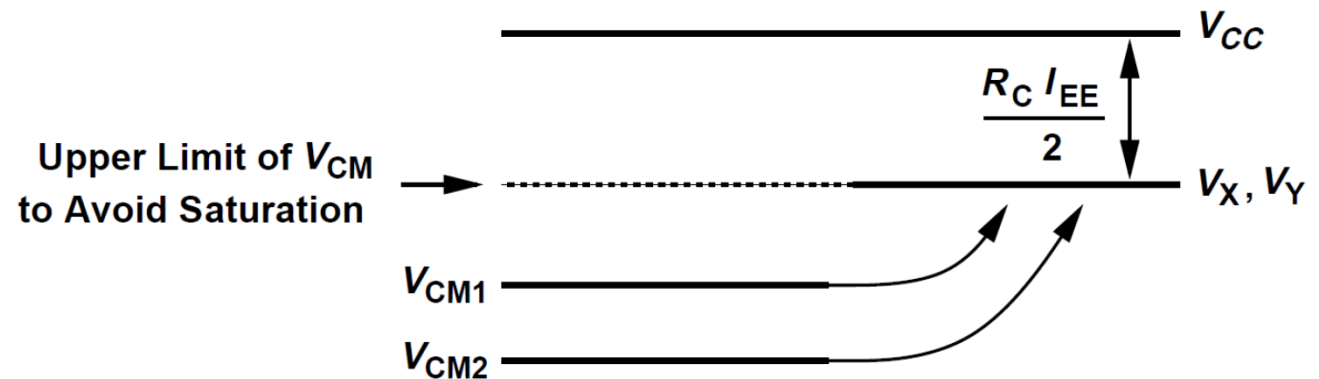
Šta se dobija ako  $V_{CM}$  variramo za neku vrednost?

Ne menjaju se ni struja ni napon na kolektoru, tj. kolo ne reaguje na promene CM napona, tj. „odbacuje“ ulazne promene CM napona.

$$V_{BE1} = V_{BE2}$$

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{I_{EE}}{2}$$

$$V_X = V_Y = V_{CC} - R_C \frac{I_{EE}}{2}$$



# Bipolarni diferencijalni par

Sada razmatramo diferencijalni odziv.

Jedan ulaz se drži konstantnim, drugi se varira, i posmatraju se struje tranzistora. Treba imati u vidu da je:  $I_{C1} + I_{C2} = I_{EE}$

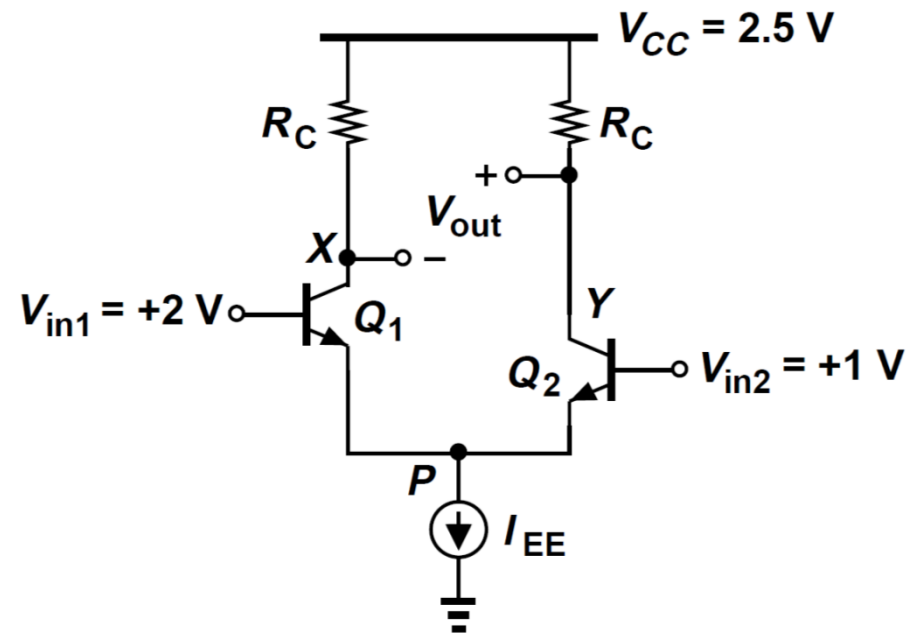
Pošto je razlika ulaznih napona tako velika,  $Q_1$  povlači svu struju, i  $Q_2$  se isključuje. Tako je:

$$I_{C1} = I_{EE}$$

$$I_{C2} = 0$$

$$V_X = V_{CC} - R_C I_{EE}$$

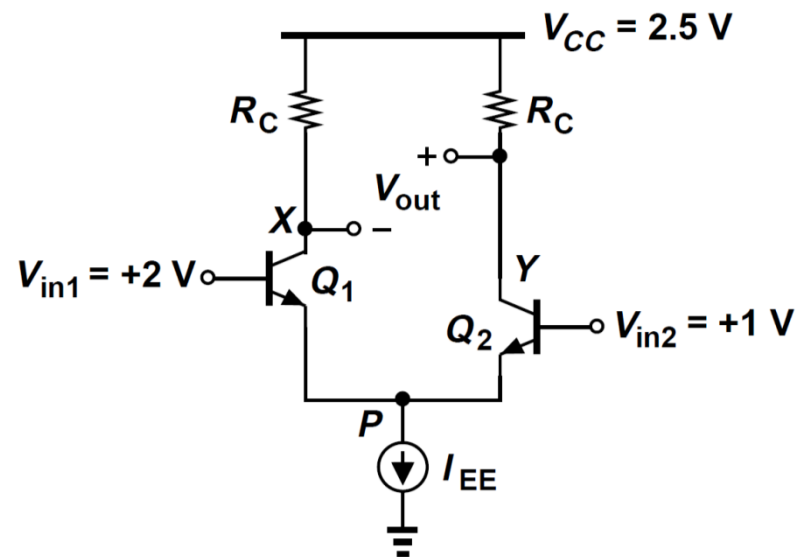
$$V_Y = V_{CC}$$



# Bipolarni diferencijalni par

Kako dokazati da  $Q_1$  vuče svu struju  $I_{EE}$ ?

Ako pretpostavimo suprotno, tj. da je  $I_{C1} < I_{EE}$  i  $I_{C2} \neq 0$ , onda  $Q_2$  vodi, pa njegov napon baza-emitor mora da ima određenu vrednost, recimo  $0,8V$ . Pošto mu je baza na  $+1V$ , emitor mora da bude na  $V_P \approx 0,2V$ . Ovo znači da je napon baza-emitor kod  $Q_1$   $1,8V!!!$  Za tu vrednost napona, tranzistor vodi ogromnu struju, pa pošto  $I_{C1}$  ne može da bude veće od  $I_{EE}$ , zaključujemo da je nemoguće  $V_{BE} = 1,8V$  i  $V_P \approx 0,2V$ . **Zapravo, kada je  $V_{BE1} = 0,8V$ ,  $Q_1$  drži čvor  $P$  na oko  $1,2V$ , što osigurava da je  $Q_2$  isključen.**



# Bipolarni diferencijalni par

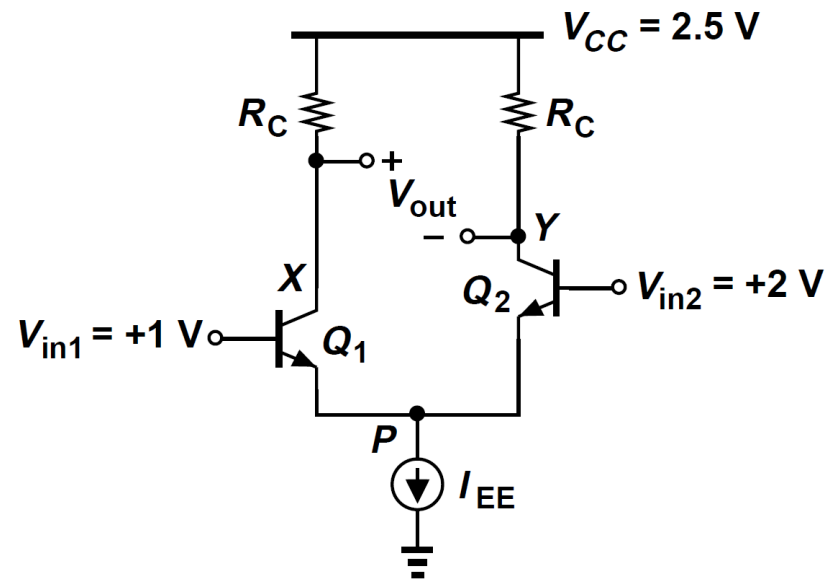
Simetrija kola dokazuje da ako zamenimo vrednosti baznih napona za  $Q_1$  i  $Q_2$ , dobijamo:

$$I_{C2} = I_{EE}$$

$$I_{C1} = 0$$

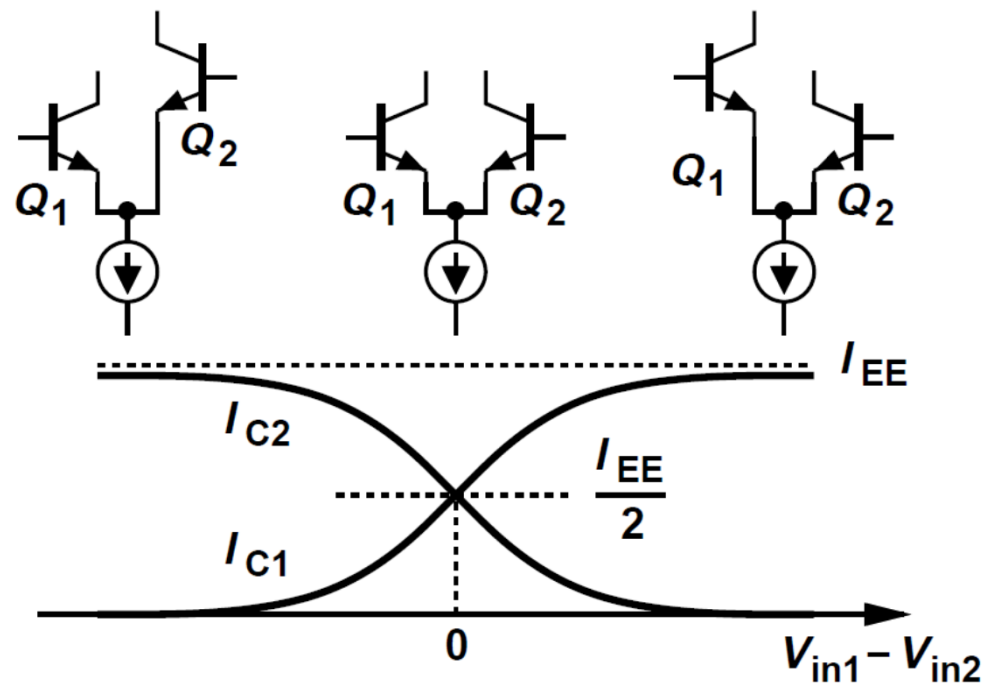
$$V_Y = V_{CC} - R_C I_{EE}$$

$$V_X = V_{CC}$$



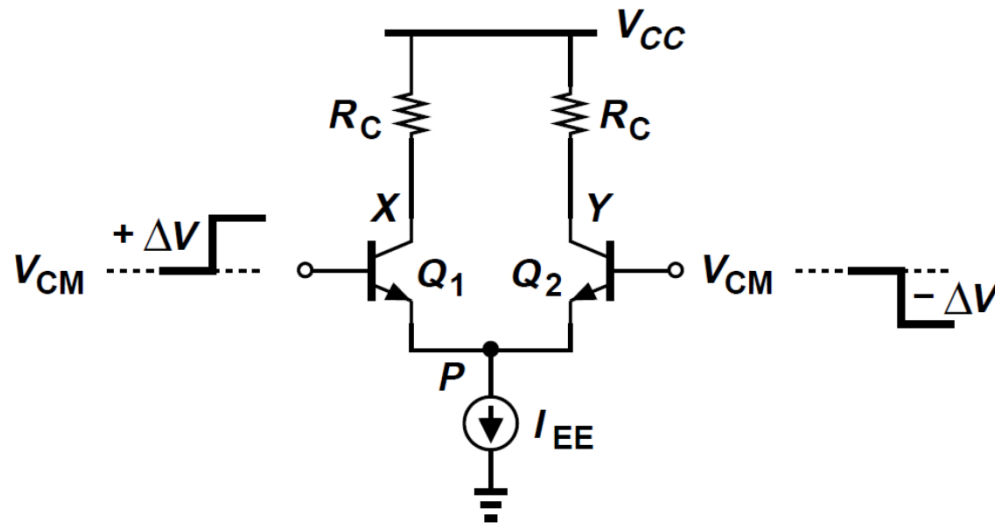
# Bipolarni diferencijalni par

Iz navedenih primera se vidi da ako se razlika između dva ulaza razlikuje od nule, diferencijalni par preusmerava struju  $I_{EE}$  od jednog do drugog tranzistora. Zaključujemo da se kolektorska struja svakog od tranzistora menja od 0 do  $I_{EE}$  ako je  $|V_{in1} - V_{in2}|$  dovoljno veliko.



# Bipolarni diferencijalni par

Sada posmatramo kolo za *malu* razliku diferencijalnih ulaznih signala



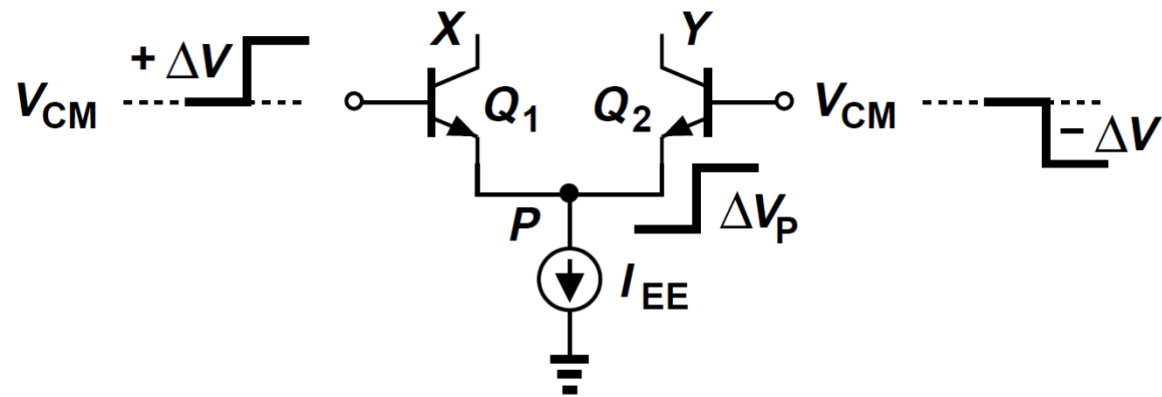
$$I_{C1} = \frac{I_{EE}}{2} + \Delta I$$

$$I_{C2} = \frac{I_{EE}}{2} - \Delta I$$

$$I_{C1} + I_{C2} = I_{EE}$$

Da su emitori vezani direktno za masu, onda bi  $\Delta I$  bilo jednako  $g_m \Delta V$ . Međutim, i napon u tački P se menja, pa moramo i to uzeti u obzir.

# Bipolarni diferencijalni par



$$\Delta I_{C1} = g_m (\Delta V - \Delta V_P)$$

$$\Delta I_{C2} = -g_m (\Delta V + \Delta V_P)$$

pošto mora da bude ispunjen uslov:  $\Delta I_{C1} = \Delta I_{C2}$

$$g_m (\Delta V - \Delta V_P) = g_m (\Delta V + \Delta V_P)$$

tako da je:  $\Delta V_P = 0$

Napon  $V_P$  ostaje konstantan ako ulazi menjaju svoje vrednosti diferencijalno za male vrednosti

# Bipolarni diferencijalni par

Pošto je  $\Delta V_P = 0$ :

$$\Delta I_{C1} = g_m \Delta V \quad \Delta I_{C2} = -g_m \Delta V$$

$$\Delta V_X = -g_m \Delta V R_C$$

$$\Delta V_Y = g_m \Delta V R_C$$

Diferencijalni izlaz se dakle menja od 0 do:  $\Delta V_X - \Delta V_Y = -2g_m \Delta V R_C$

Definišemo diferencijalno pojačanje kola za male signale kao:

$$A_v = \frac{\text{Promena Diferencijalnog Izlaza}}{\text{Promena Diferencijalnog Ulaza}}$$

$$A_v = \frac{-2g_m \Delta V R_C}{2\Delta V}$$

$$A_v = -g_m R_C$$



## Primer 3

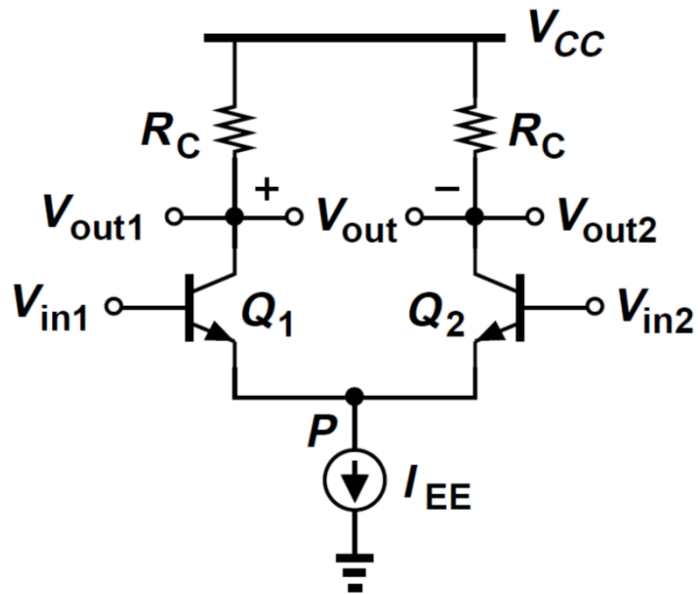
- Projektovati bipolarni diferencijalni par sa pojačanjem 10 i potrošnjom od 1mW sa naponom napajanja 2V.

## Primer 4

- Uporediti disipaciju snage bipolarnog diferencijalnog para sa disipacijom stepena sa zajedničkim emitorom ako su oba kola projektovana za jednako pojačanje napona, kolektorske otpornike i napone napajanja.

# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za velike signale



$$V_{out1} = V_{CC} - R_C I_{C1}$$

$$V_{out2} = V_{CC} - R_C I_{C2}$$

$$V_{out} = V_{out1} - V_{out2} = -R_C (I_{C1} - I_{C2})$$

$$V_{BE} = V_T \ln \frac{I_C}{I_S}$$

$$V_{in1} - V_{BE1} = V_P = V_{in2} - V_{BE2}$$

$$V_{in1} - V_{in2} = V_{BE1} - V_{BE2} = V_T \ln \frac{I_{C1}}{I_{S1}} - V_T \ln \frac{I_{C2}}{I_{S2}} = V_T \ln \frac{I_{C1}}{I_{C2}}$$

# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za velike signale

$$I_{C1} + I_{C2} = I_{EE}$$

$$I_{C2} \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T} + I_{C2} = I_{EE}$$

$$I_{C2} = \frac{I_{EE}}{1 + \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}} \quad I_{C1} = \frac{I_{EE}}{1 + \exp \frac{V_{in2} - V_{in1}}{V_T}} = \frac{I_{EE} \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}}{1 + \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}}$$

ako je  $V_{in1} - V_{in2}$  dosta negativno, onda  $\exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T} \rightarrow 0$  pa  $I_{C1} \rightarrow 0$   
 $I_{C2} \rightarrow I_{EE}$

ako je  $V_{in1} - V_{in2}$  dosta pozitivno, onda  $\exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T} \rightarrow \infty$  pa  $I_{C1} \rightarrow I_{EE}$   
 $I_{C2} \rightarrow 0$

# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za velike signale

Šta to znači „dosta“ pozitivno ili negativno?

Da li možemo reći da je  $I_{C1} \approx 0$  i  $I_{C2} \approx I_{EE}$  ako je  $V_{in1} - V_{in2} = -10V_T$ ?

Pošto je  $\exp(-10) \approx 4.54 \times 10^{-5}$ , onda je

$$I_{C1} \approx \frac{I_{EE} \times 4.54 \times 10^{-5}}{1 + 4.54 \times 10^{-5}} \approx 4.54 \times 10^{-5} I_{EE}$$

$$I_{C2} \approx \frac{I_{EE}}{1 + 4.54 \times 10^{-5}} \approx I_{EE} (1 - 4.54 \times 10^{-5})$$

tako da  $Q_1$  vodi samo 0.0045% struje  $I_{EE}$

## Primer 5

- Odrediti ulazni diferencijalni napon koji usmerava 98% struje diferencijalnog para,  $I_{EE}$ , ka jednom tranzistoru.

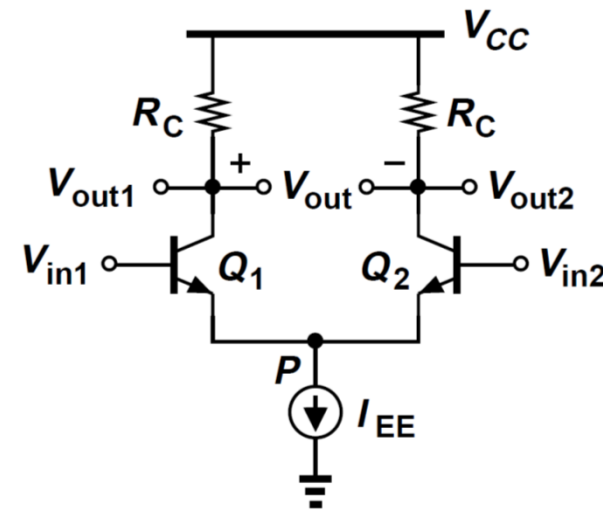
# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za velike signale

$$V_{out1} = V_{CC} - R_C I_{C1} = V_{CC} - R_C \frac{I_{EE} \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}}{1 + \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}}$$

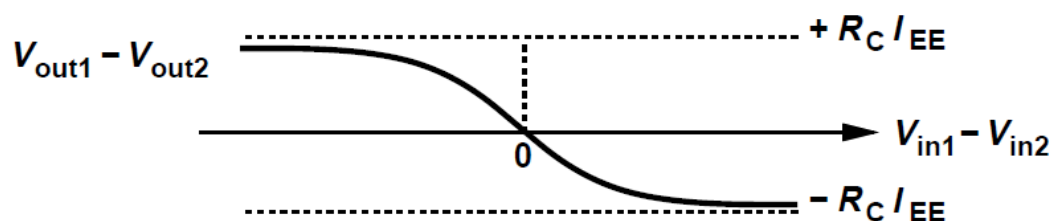
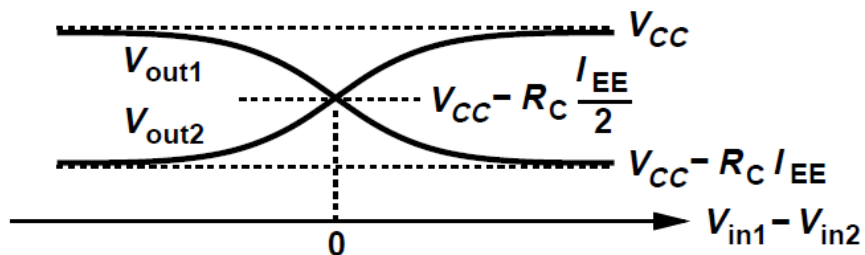
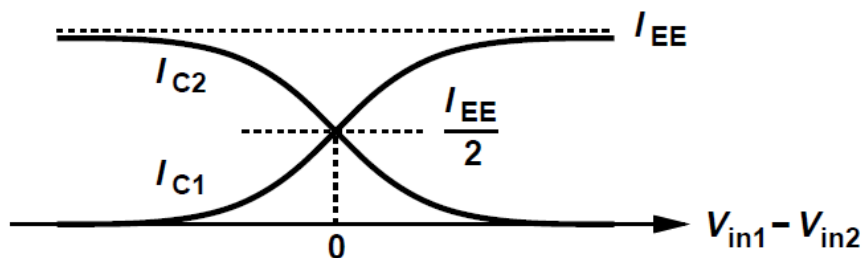
$$V_{out2} = V_{CC} - R_C I_{C2} = V_{CC} - R_C \frac{I_{EE}}{1 + \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}}$$

$$V_{out1} - V_{out2} = -R_C (I_{C1} - I_{C2}) = R_C I_{EE} \frac{1 - \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}}{1 + \exp \frac{V_{in1} - V_{in2}}{V_T}} = -R_C I_{EE} \tanh \frac{V_{in1} - V_{in2}}{2V_T}$$



# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za velike signale

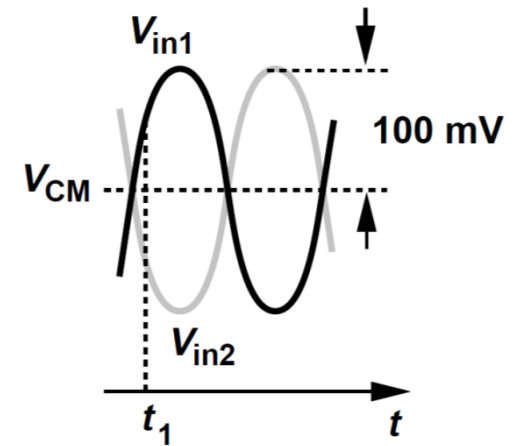
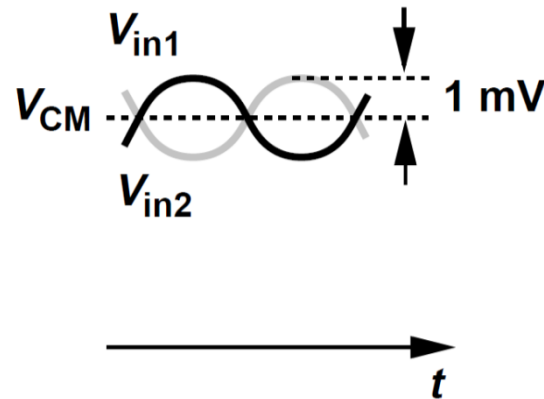
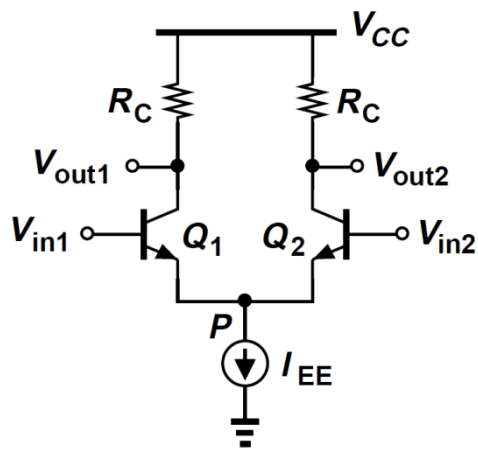


$$V_{out1} - V_{out2} = -R_C I_{EE} \tanh \frac{V_{in1} - V_{in2}}{2V_T}$$

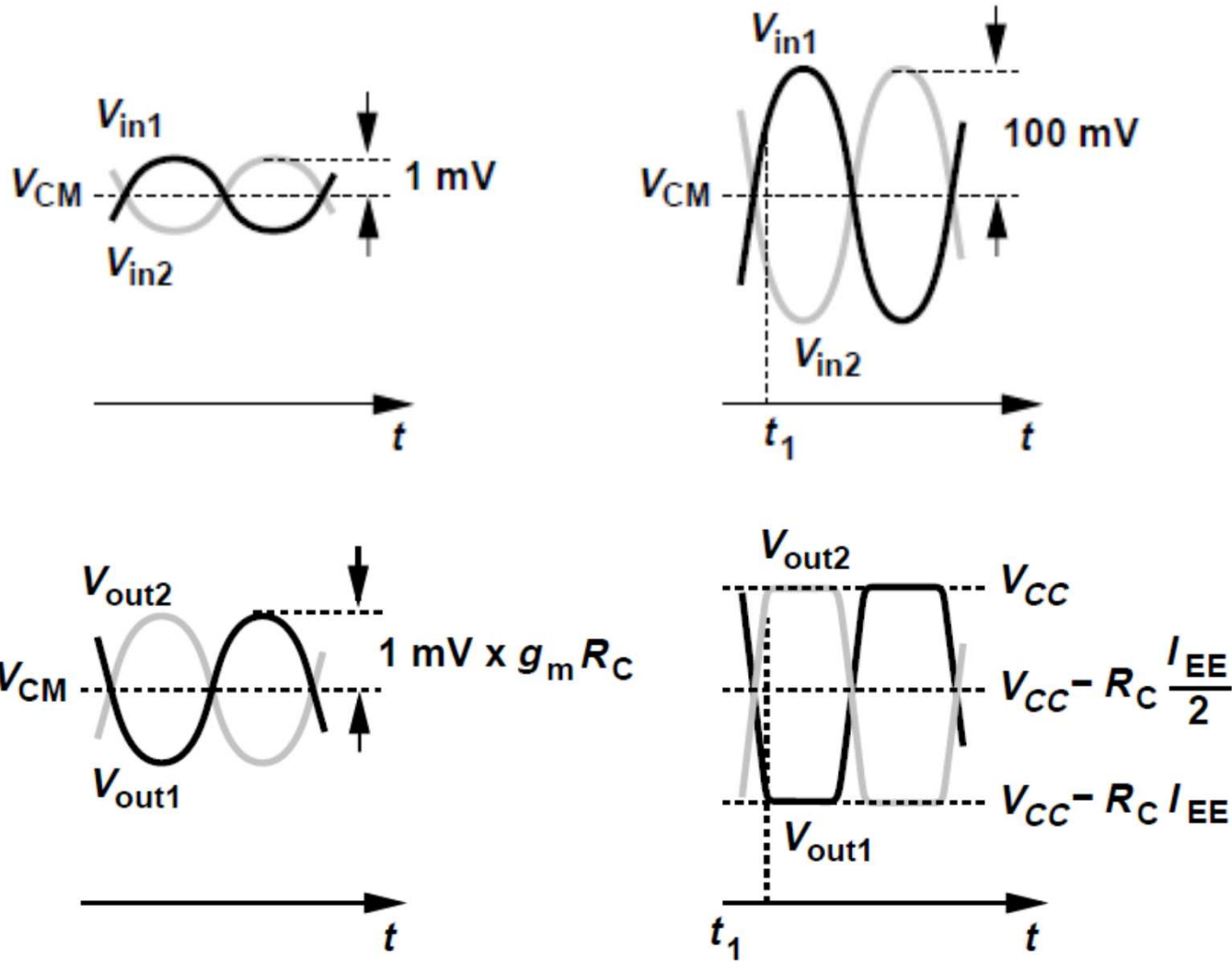


## Primer 6

- Skicirati izlazne talasne oblike bipolarnog diferencijalnog para sa slike sa sinusnim pobudama kao na slici. Pretpostaviti da su  $Q_1$  i  $Q_2$  u aktivnom režimu.



# Primer 6

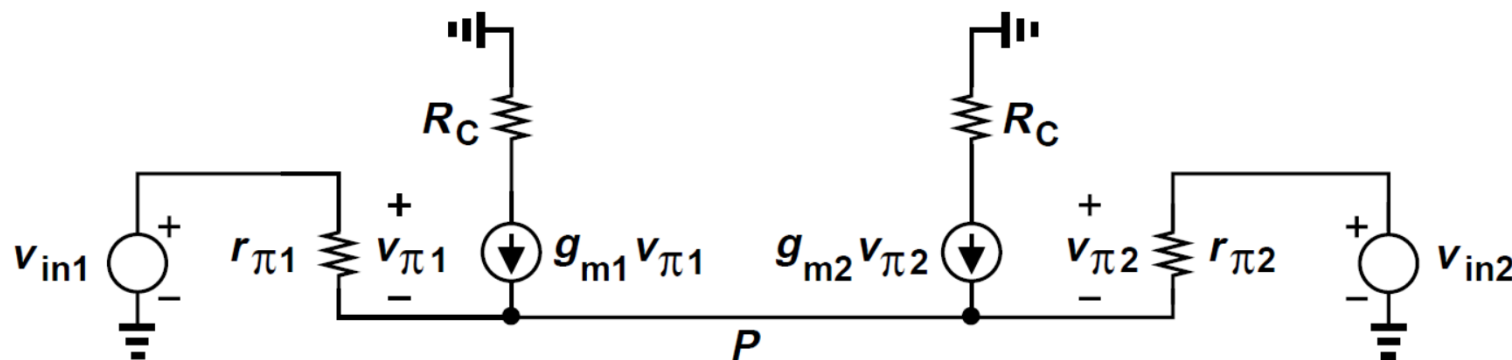


# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za male signale

Šta su „mali signali“?

Osnovni zahtev je da ulazni signali ne utiču značajno na pobudne struje  $Q_1$  i  $Q_2$ . Drugim rečima, tranzistori treba da imaju okvirno iste transkonduktanse, i čvor P treba da se ponaša kao virtuelna masa. U većini slučajeva se razlika na ulazima manja od 10mV smatra „malom“.

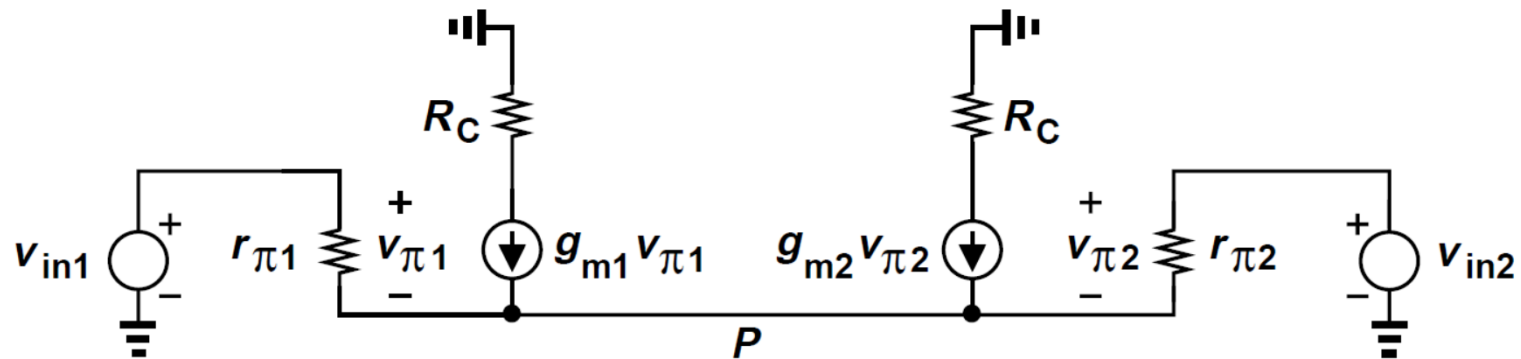


uslov za diferencijalni pojačavač:  $v_{in1} = -v_{in2}$  gde su  $v_{in1}$  i  $v_{in2}$  male promene na ulazima

nema struje diferencijalnog para (čvor P), tu je otvoreno kolo

# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za male signale



$$v_{in1} - v_{\pi1} = v_P = v_{in2} - v_{\pi2}$$

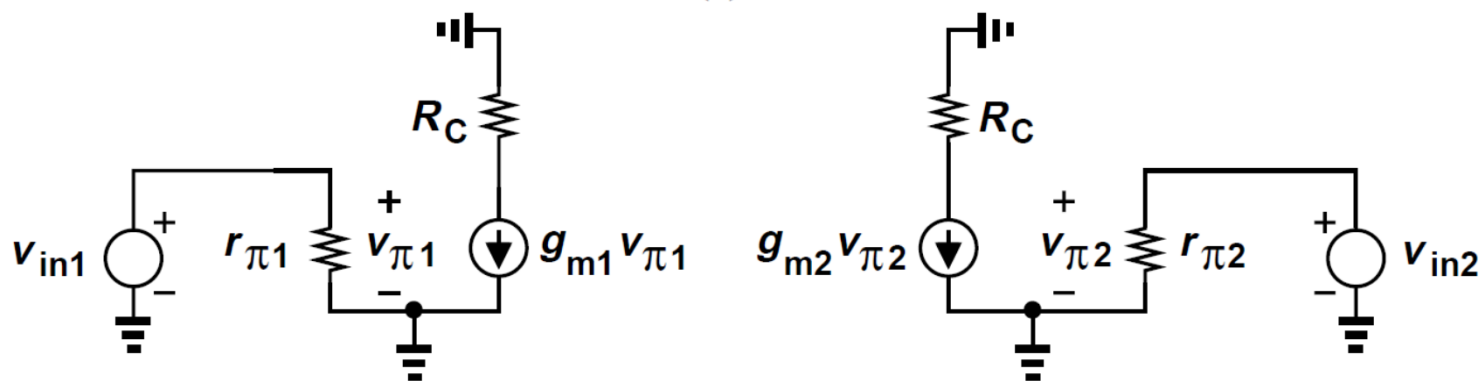
$$\frac{v_{\pi1}}{r_{\pi1}} + g_{m1} v_{\pi1} + \frac{v_{\pi2}}{r_{\pi2}} + g_{m2} v_{\pi2} = 0$$

za  $r_{\pi1} = r_{\pi2}$  i  $g_{m1} = g_{m2}$  dobija se:  $v_{\pi1} = -v_{\pi2}$

pošto je:  $v_{in1} = -v_{in2}$ , dobija se:  $2v_{in1} = 2v_{\pi1} \rightarrow v_P = v_{in1} - v_{\pi1} = 0$

# Bipolarni diferencijalni par

## analiza za male signale



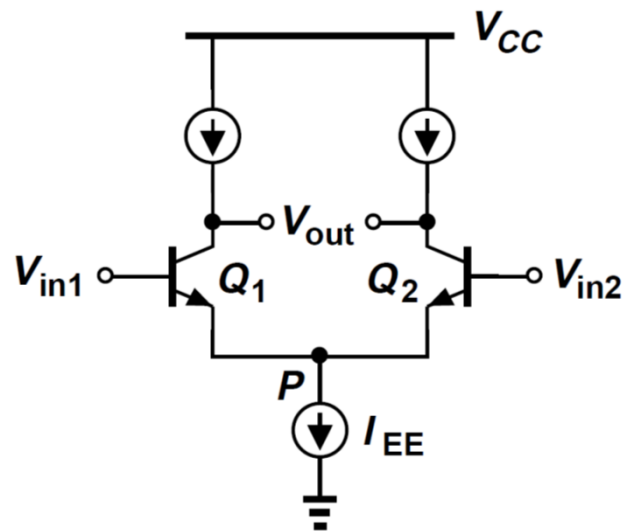
$$v_{out1} = -g_m R_C v_{in1}$$

$$v_{out2} = -g_m R_C v_{in2}$$

$$\frac{v_{out1} - v_{out2}}{v_{in1} - v_{in2}} = -g_m R_C$$

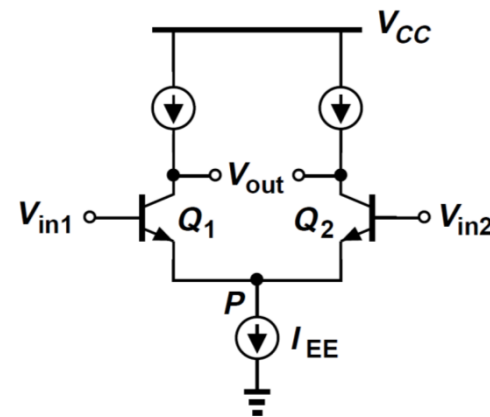
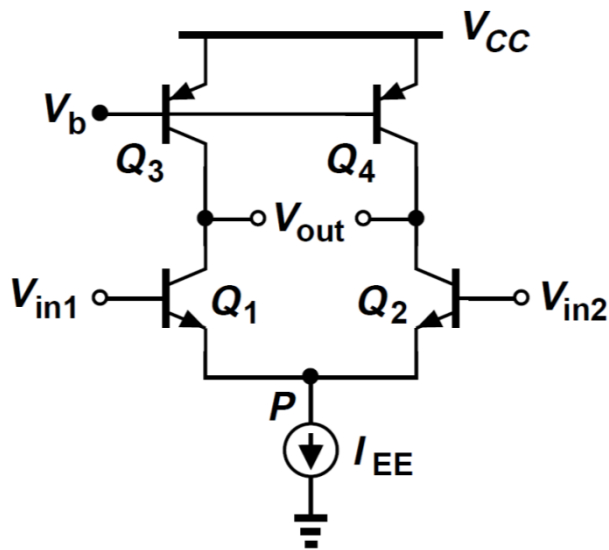
## Primer 7

- Izračunati diferencijalno pojačanje kola sa slike, gde su idealni strujni izvori iskorišćeni kao opterećenje radi maksimalnog pojačanja.



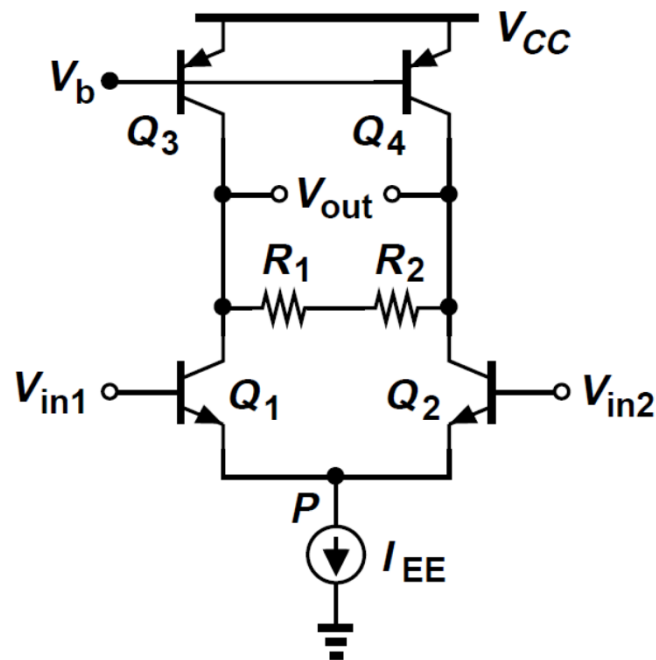
## Primer 8

- Slika (levo) predstavlja implementaciju topologije iz prethodnog primera (desno). Izračunati diferencijalno naponsko pojačanje.



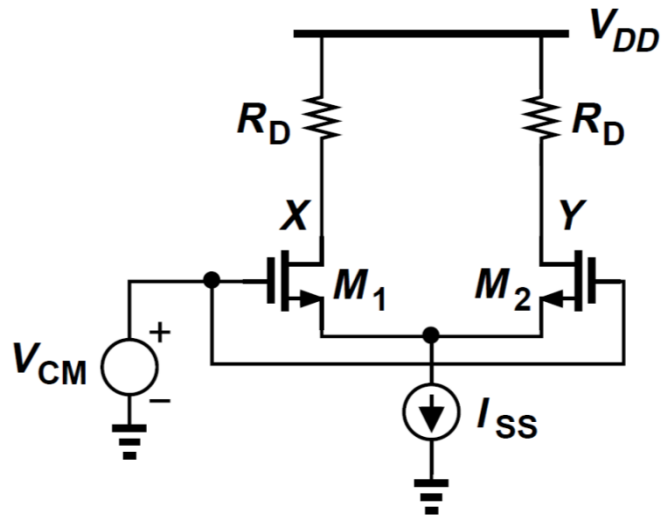
## Primer 9

- Odrediti diferencijalno pojačanje kola sa slike ako je  $V_A < \infty$ .





# MOS diferencijalni par



$$I_{D1} = I_{D2} = \frac{I_{SS}}{2}$$

$$V_X = V_Y = V_{DD} - R_D \frac{I_{SS}}{2}$$

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

„napon ravnoteže“:  $(V_{GS} - V_{TH})_{equil} = \sqrt{\frac{I_{SS}}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}}}$  kada svaki tranzistor vodi  $I_{SS}/2$

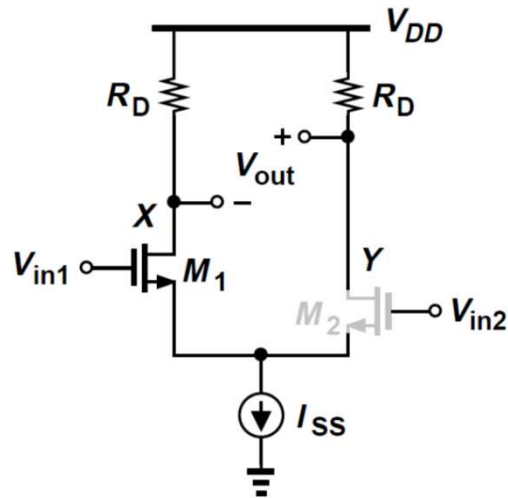
da bismo bili sigurni da su  $M_1$  i  $M_2$  u zasićenju:  $V_{DD} - R_D \frac{I_{SS}}{2} > V_{CM} - V_{TH}$

## Primer 10

- MOS diferencijalni par je pobuđen ulaznim CM nivoom od 1.6V. Ako je  $I_{SS} = 0.5\text{mA}$ ,  $V_{TH} = 0.5\text{V}$ ,  $V_{DD} = 1.8\text{V}$ , koja je maksimalna dozvoljena otpornost opterećenja?

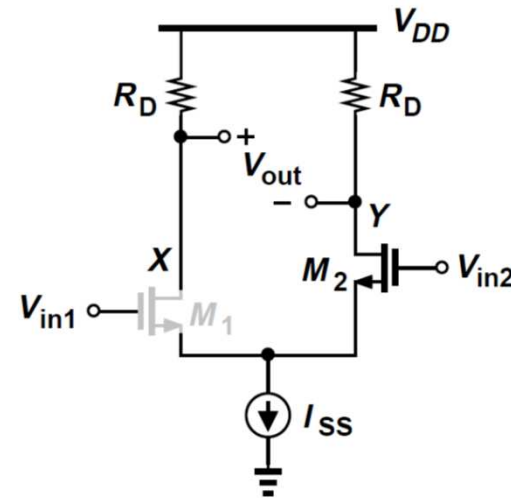
# MOS diferencijalni par

## veliki signali



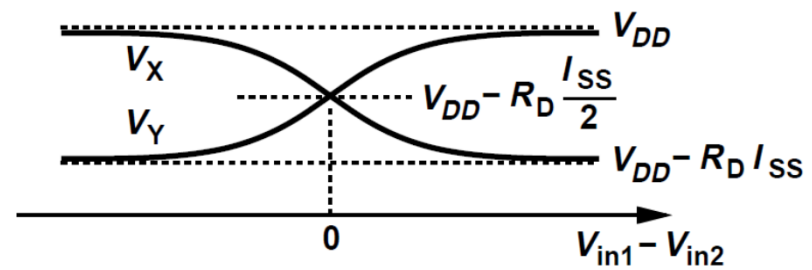
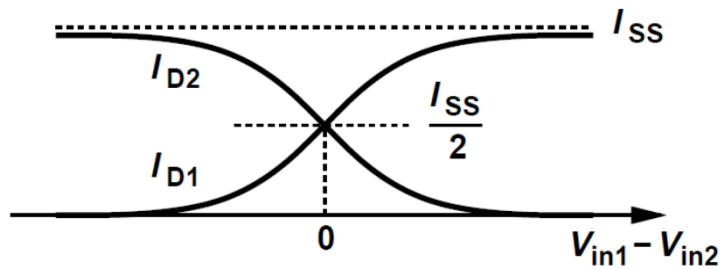
$$V_X = V_{DD} - R_D I_{SS}$$

$$V_Y = V_{DD}$$



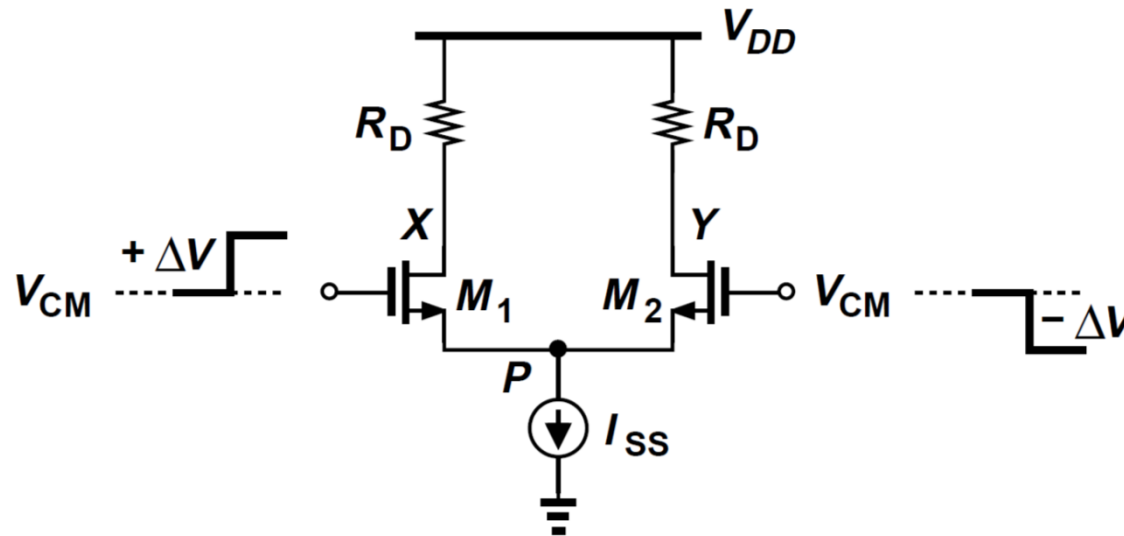
$$V_X = V_{DD}$$

$$V_Y = V_{DD} - R_D I_{SS}$$



# MOS diferencijalni par

## mali signali



$V_P$  je konstantno

$$\Delta I_{D1} = g_m \Delta V$$

$$\Delta V_X - \Delta V_Y = -2g_m R_D \Delta V$$

$$\Delta I_{D2} = -g_m \Delta V$$

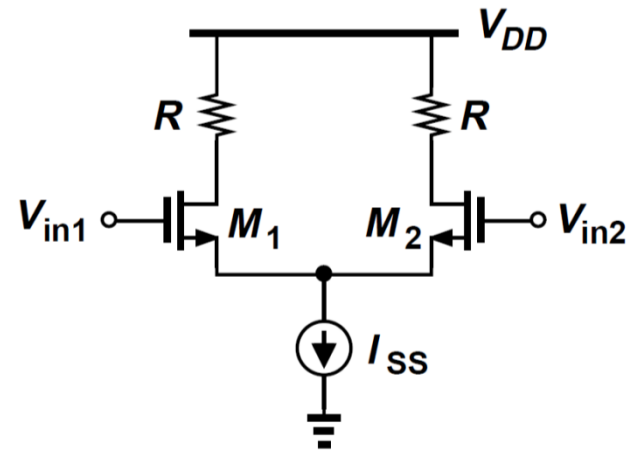
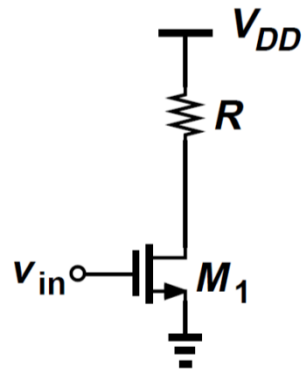
$$A_v = -g_m R_D$$

# Primer 11

- Projektovati NMOS diferencijalni par sa naponskim pojačanjem 5 i potrošnjom 2mW tako da stepen koji je iza diferencijalnog para ima ulazni CM nivo od najmanje 1.6V. Pretpostaviti  $\mu_n C_{ox} = 100 \mu A / V^2$   $\lambda=0$  i  $V_{DD} = 1.8V$ .

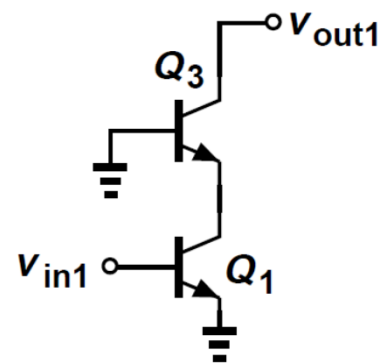
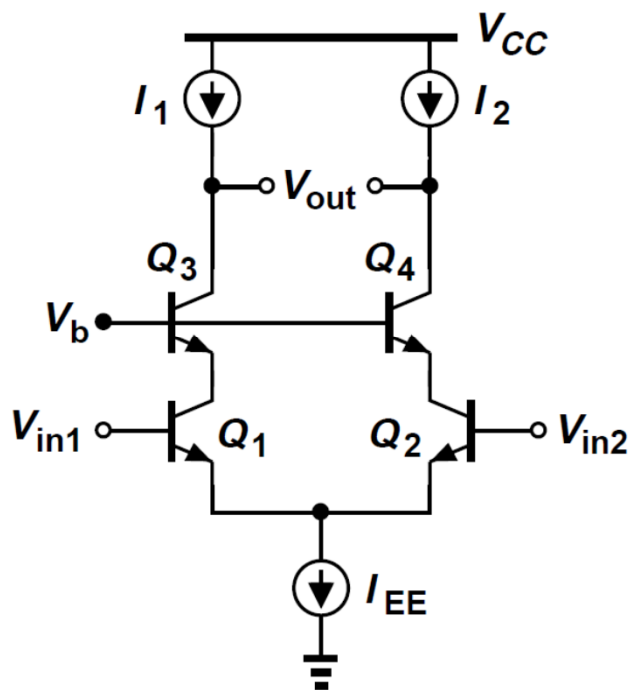
# Primer 12

- Stepen sa zajedničkim sorsom i diferencijalni par prikazani na slici imaju iste otpornosti opterećenja. Ako su oba kola projektovana za isto pojačanje napona i za isti napon napajanja, diskutovati izbor:
  - a) dimenzija tranzistora za datu potrošnju
  - b) disipaciju snage za date dimenzije tranzistora



# Kaskodni diferencijalni pojačavači

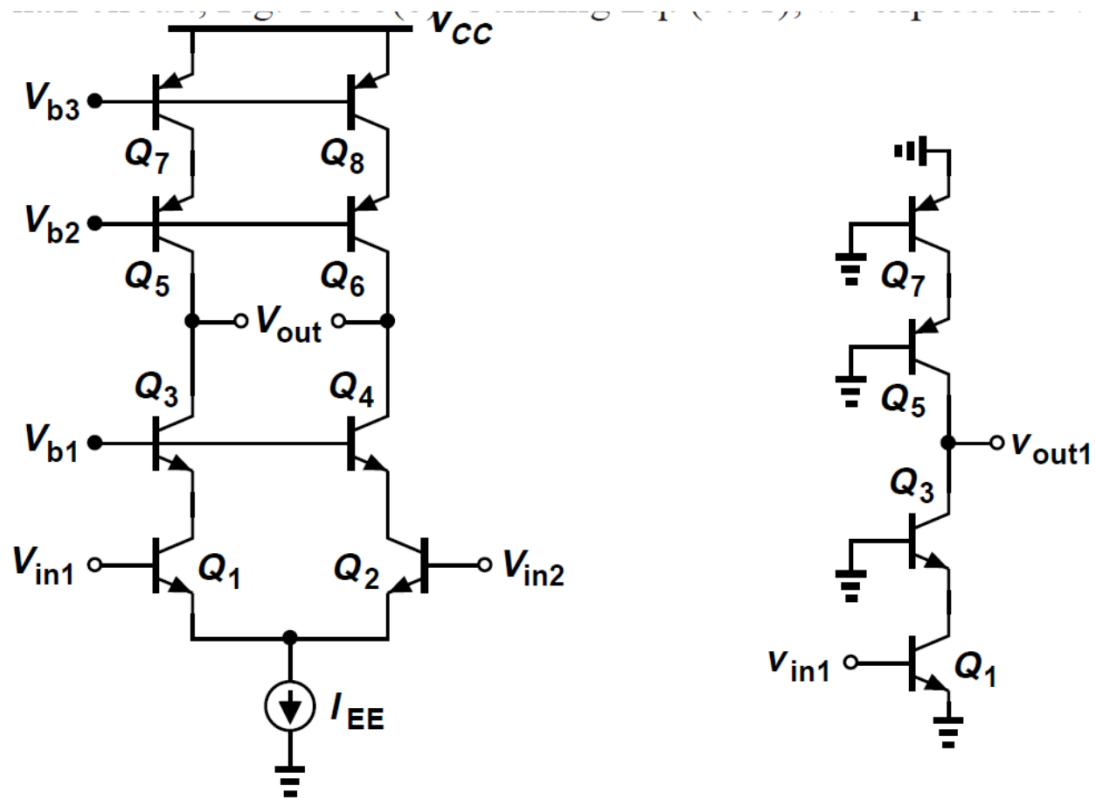
Kaskodni pojačavači daju veće pojačanje napona nego obični.



$$A_v \approx -g_{m3} [g_{m2} (r_{O1} \parallel r_{\pi3}) r_{O3} + r_{O1} \parallel r_{\pi3}]$$

# Kaskodni diferencijalni pojačavači

*pnp* kaskoda kao  $I_1$  i  $I_2$

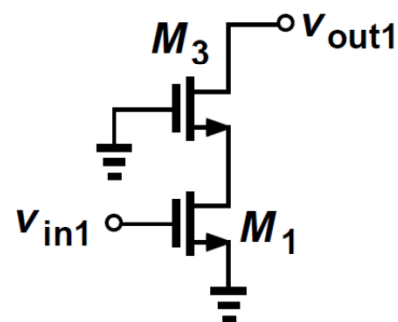
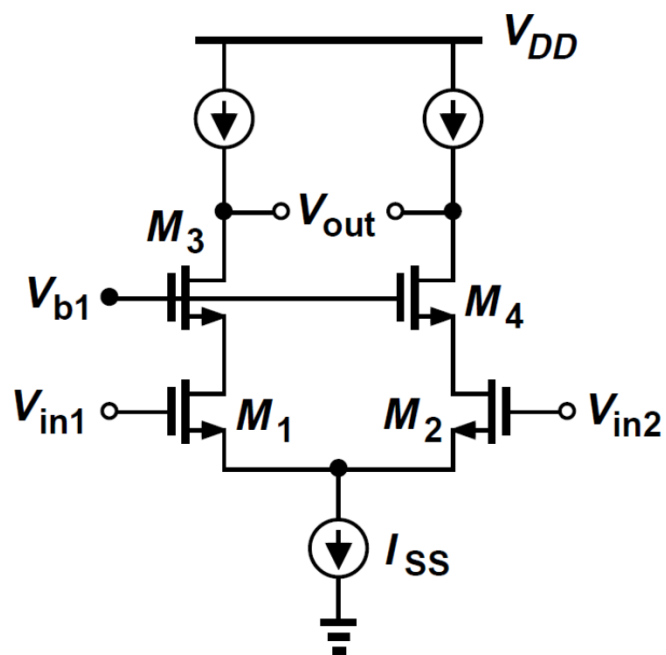


$$A_v \approx -g_{m1} \left[ g_{m3} r_{O3} (r_{O1} \parallel r_{\pi3}) \right] \parallel \left[ g_{m5} r_{O5} (r_{O7} \parallel r_{\pi5}) \right]$$

„Teleskopska“ kaskoda – često je deo operacionih pojačavača



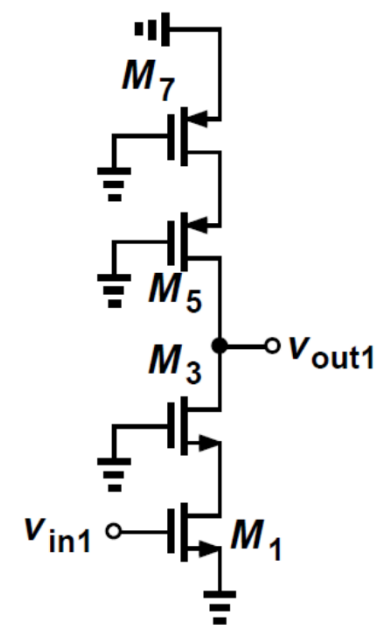
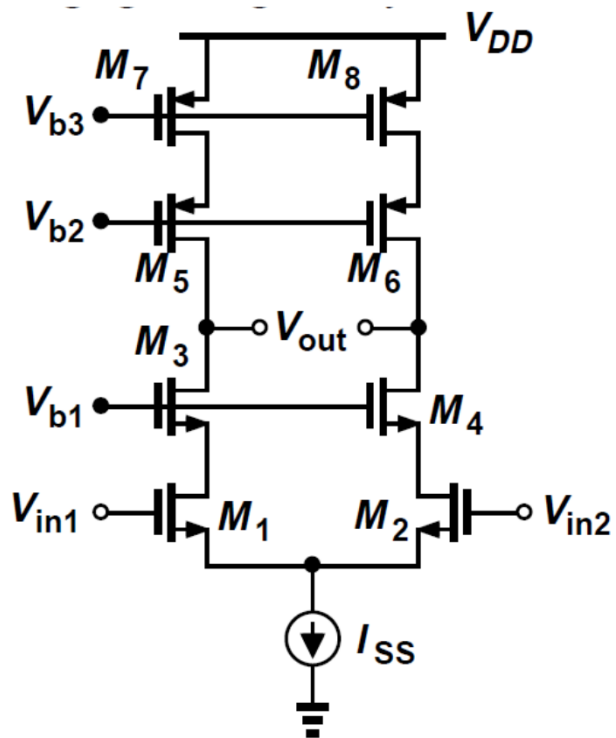
# Kaskodni diferencijalni pojačavači



$$A_v \approx -g_{m3} r_{O3} g_{m1} r_{O1}$$

# Kaskodni diferencijalni pojačavači

„teleskopska“ kaskoda

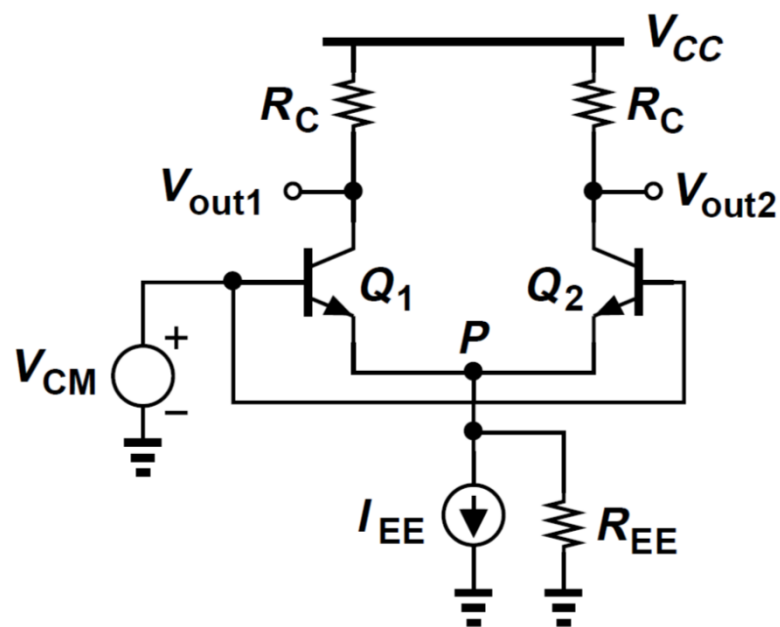


$$A_v \approx -g_{m1} \left[ (g_{m3} r_{O3} r_{O1}) \parallel (g_{m5} r_{O5} r_{O7}) \right]$$

# Odbacivanje srednje vrednosti signala

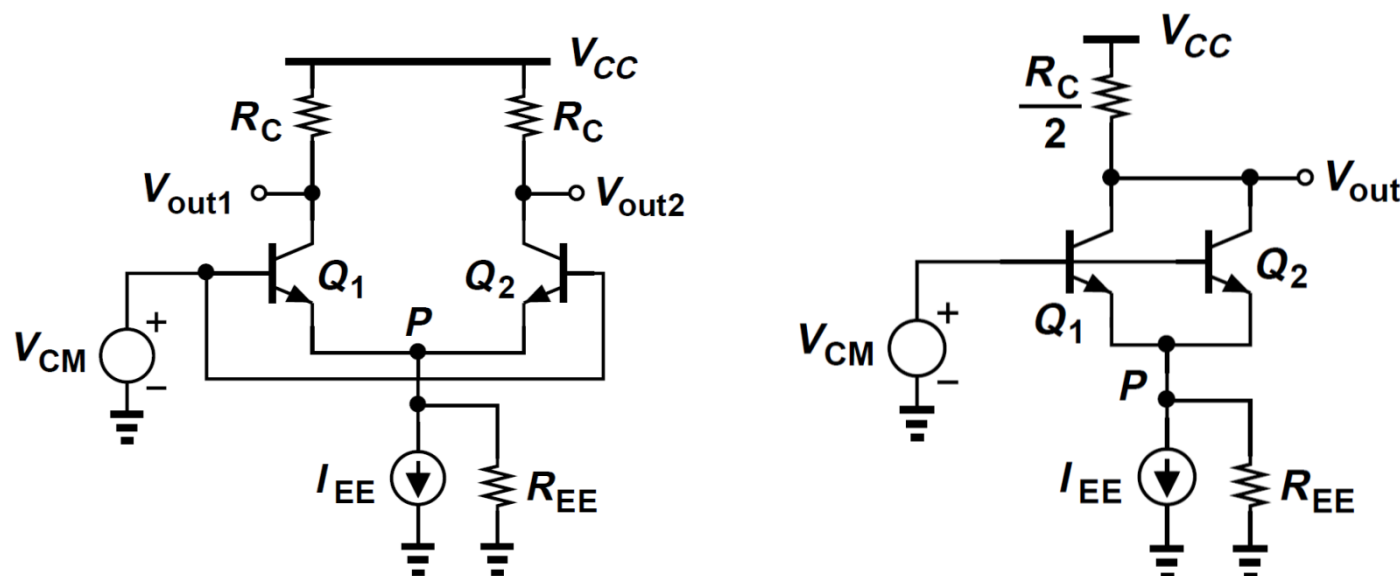
U izučavanju diferencijalnih parova, zaključili smo da nema promene na izlazu ako se ulazni nivo CM signala menja.

U praksi ovo odbacivanje nije beskonačno veliko, tako da posmatramo odbacivanje CM signala u prisustvu neidealnosti.



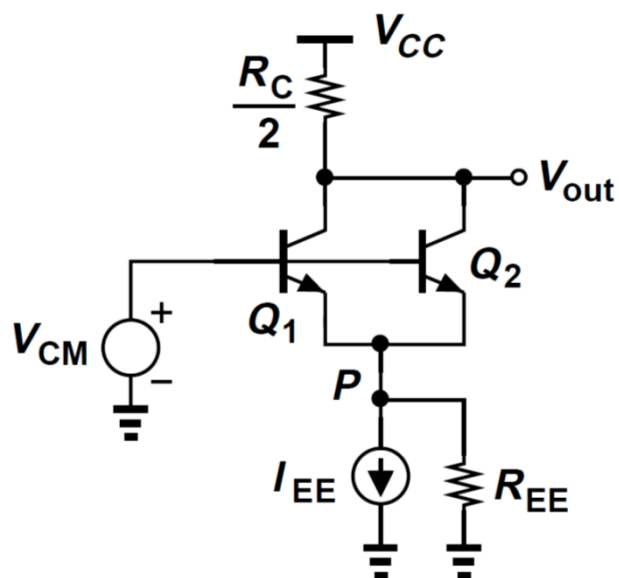
# Odbacivanje srednje vrednosti signala

Prva neidealnost se odnosi na izlaznu impedansu diferencijalnog strujnog izvora.



Ako se CM nivo promeni za malu vrednost, simetrija tranzistora zahteva da oni i dalje vode istu struju i da je  $V_{out1} = V_{out2}$ . Zato možemo da ih kratkospojimo. Kako naponi na bazama tranzistora rastu, raste i  $V_P$ .

# Odbacivanje srednje vrednosti signala



$$\frac{\Delta V_{out,CM}}{\Delta V_{in,CM}} = \frac{-\frac{R_C}{2}}{R_{EE} + \frac{1}{2g_m}} = \frac{-R_C}{2R_{EE} + \frac{1}{g_m}}$$

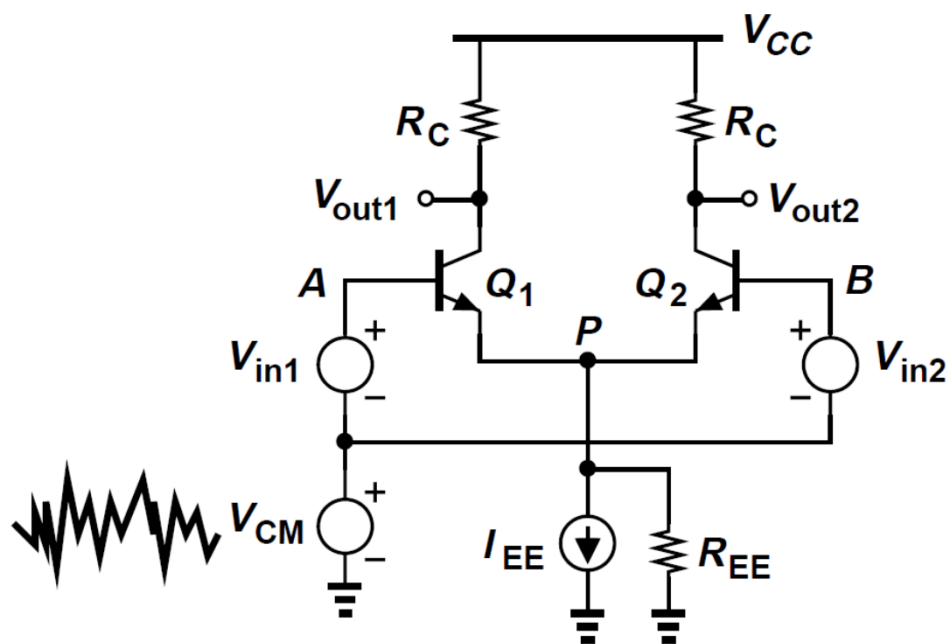
Ova veličina se zove pojačanje srednje vrednosti – „common-mode gain“

$2g_m$  je transkonduktansa paralelne veze  $Q_1$  i  $Q_2$

# Odbacivanje srednje vrednosti signala

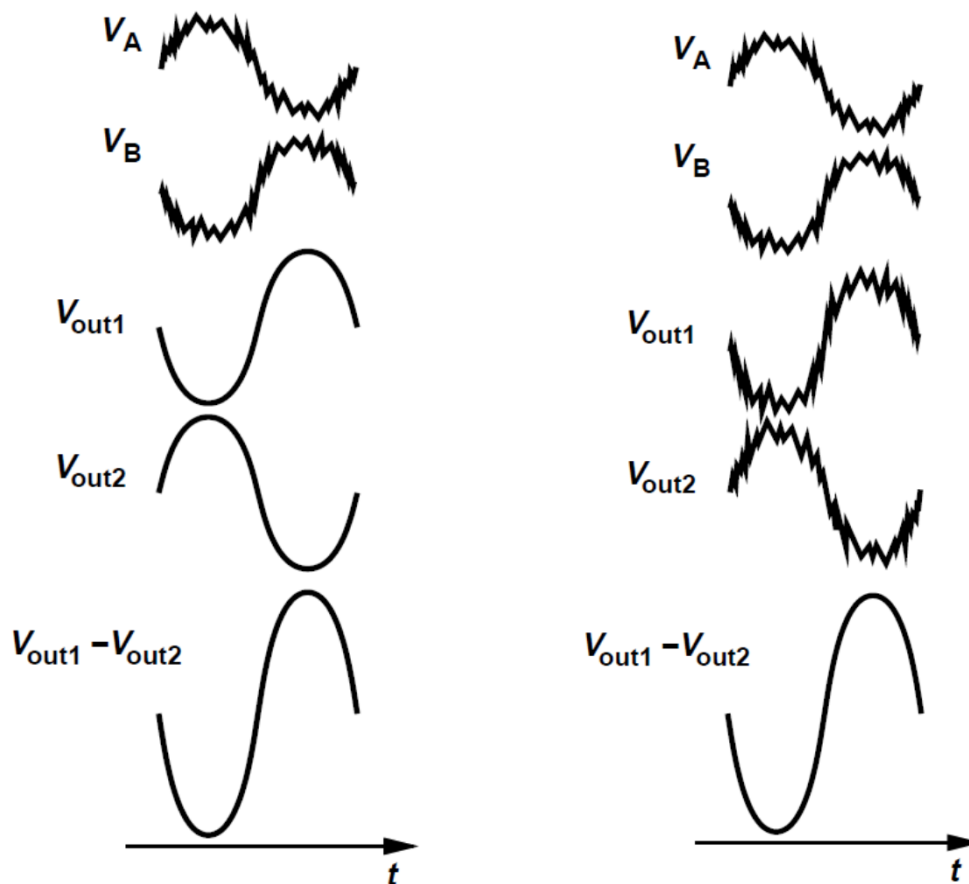
Sve dok je veličina od interesa *razlika* dva izlaza, promena u izlaznom CM nivou ne unosi smetnje.

U kolu sa slike se na diferencijalnim ulazima javlja neki šum,  $V_{in,CM}$



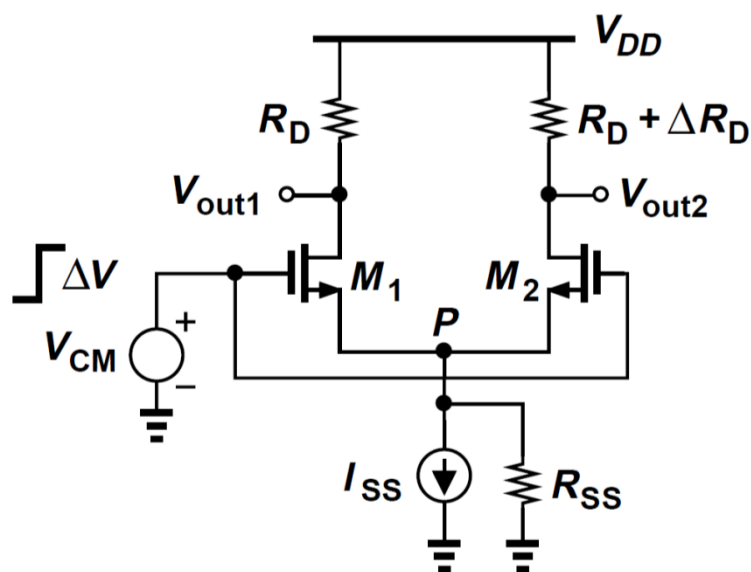
# Odbacivanje srednje vrednosti signala

Sa idealnim strujnim izvorom, CM promena na ulazu ne utiče na izlaz (levo). Situacija je drugačija kada postoji konačna otpornost  $R_{EE}$  (desno). I u tom slučaju diferencijalni izlaz nema šum.



# Odbacivanje srednje vrednosti signala

Ako u kolu postoji asimetrija, i konačna impedansa strujnog izvora, dešava se promena na diferencijalnom izlazu.



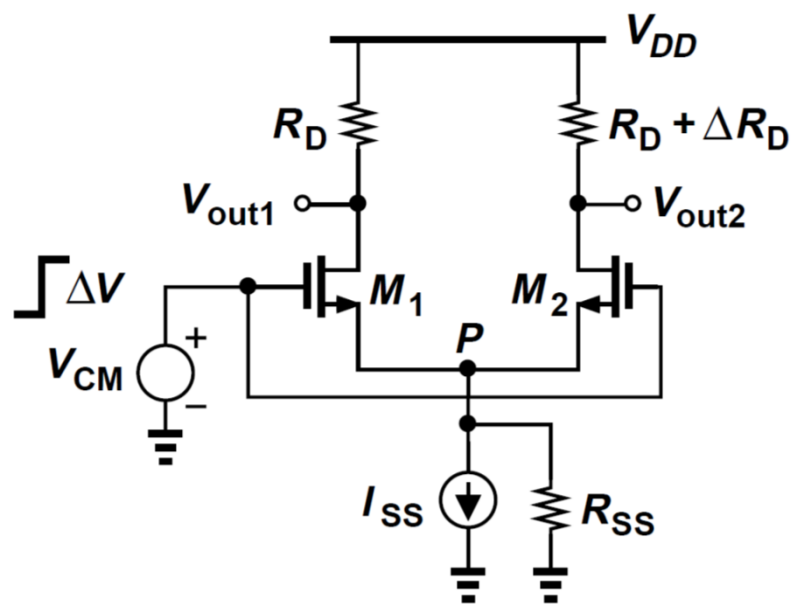
$$I_{D1} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS1} - V_{TH})^2$$

$$I_{D2} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS2} - V_{TH})^2$$

Pošto je  $V_{GS1} = V_{GS2}$ , onda je  $\Delta V_{GS1} = \Delta V_{GS2} = \Delta V_{GS}$  pa mora da bude i  $\Delta I_{D1} = \Delta I_{D2} = \Delta I_D$ . Obe struje drejna protiču kroz  $R_{SS}$ , i čine pad napona  $2 \Delta I_D R_{SS}$



# Odbacivanje srednje vrednosti signala



$$\Delta V_{CM} = \Delta V_{GS} + 2\Delta I_D R_{SS}$$

$$\Delta V_{GS} = \Delta I_D / g_m$$

$$\Delta V_{CM} = \Delta I_D \left( \frac{1}{g_m} + 2R_{SS} \right)$$

$$\Delta I_D = \frac{\Delta V_{CM}}{\frac{1}{g_m} + 2R_{SS}}$$

# Odbacivanje srednje vrednosti signala

$$\Delta V_{out} = \Delta V_{out1} - \Delta V_{out2}$$

$$\Delta V_{out} = \Delta I_D R_D - \Delta I_D (R_D + \Delta R_D)$$

$$\Delta V_{out} = -\Delta I_D \cdot \Delta R_D$$

$$\Delta V_{out} = -\frac{\Delta V_{CM}}{\frac{1}{g_m} + 2R_{SS}} \Delta R_D$$

$$\left| \frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{CM}} \right| = \frac{\Delta R_D}{\frac{1}{g_m} + 2R_{SS}}$$

ovo pojačanje je veće ako maksimizujemo  $R_{SS}$

$$R_{SS} \gg \frac{1}{g_m}$$

$$A_{CM-DM} \approx \frac{\Delta R_D}{2R_{SS}}$$

# Odbacivanje srednje vrednosti signala

Ako kolo ima veliko *diferencijalno* pojačanje  $A_{DM}$ , onda je relativno ometanje na izlazu malo.

Zbog toga se definiše „common-mode rejection ratio“ **CMRR** – odbacivanje srednje vrednosti signala:

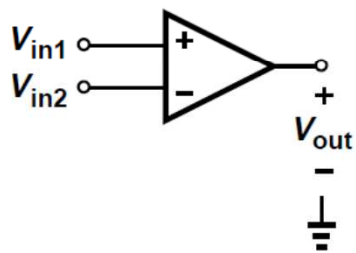
$$CMRR = \frac{A_{DM}}{A_{CM\_DM}}$$

CMRR predstavlja odnos „dobrog“ i „lošeg“ i služi kao mera koliko željenog i koliko neželjenog signala se javlja na izlazu ako se ulaz sastoji od diferencijalne komponente i šuma.

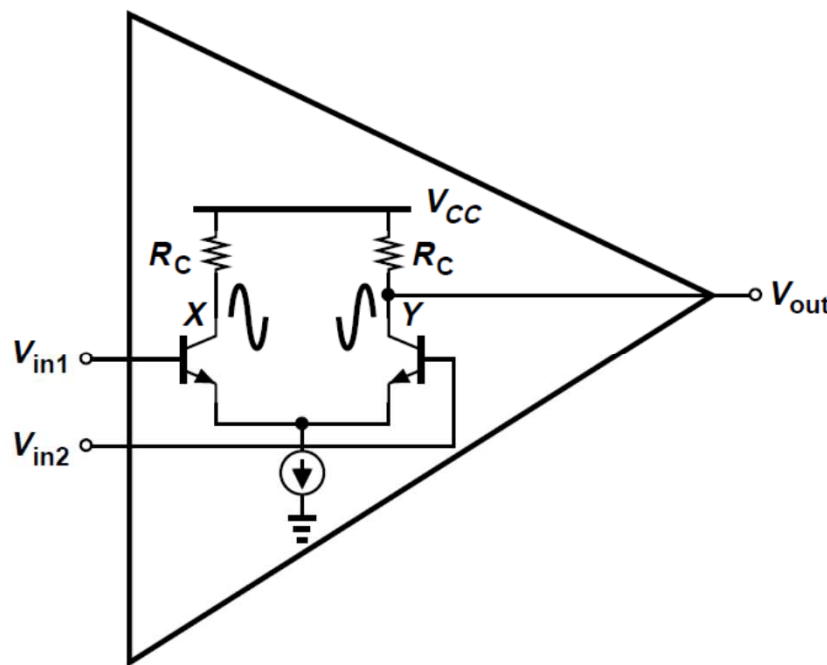
# Diferencijalni par sa aktivnim opterećenjem

Posmatraćemo kombinaciju diferencijalnog para i strujnog ogledala, koja se koristi u mnogim primenama.

OP koje smo posmatrali imaju diferencijalni ulaz, ali jedan izlaz. Zato moraju da postoje kola u okviru tih operacionih pojačavača koja konvertuju diferencijalni ulaz u jedan izlaz. Možemo koristiti kolo sa slike, ali se onda pojačanje prepolovi jer ne koristimo izlaz sa čvora X.



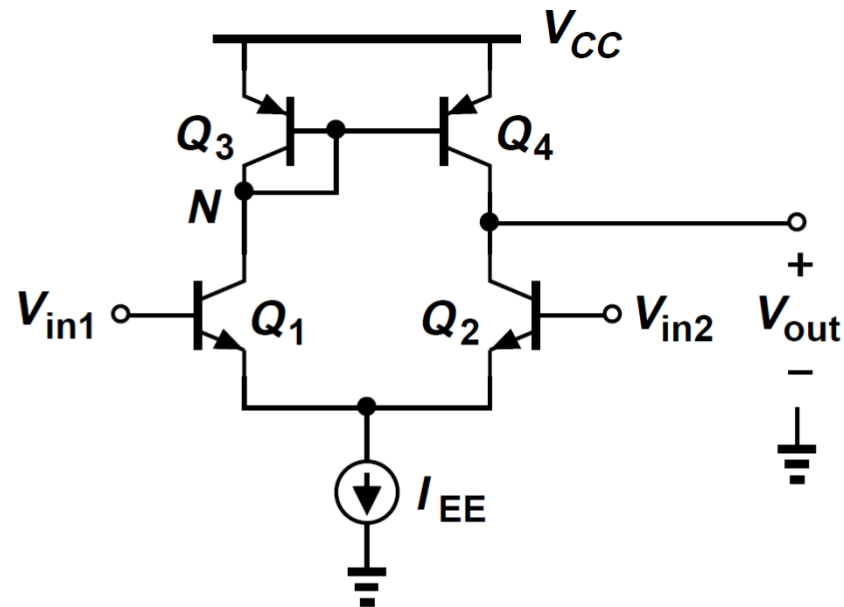
(a)



(b)

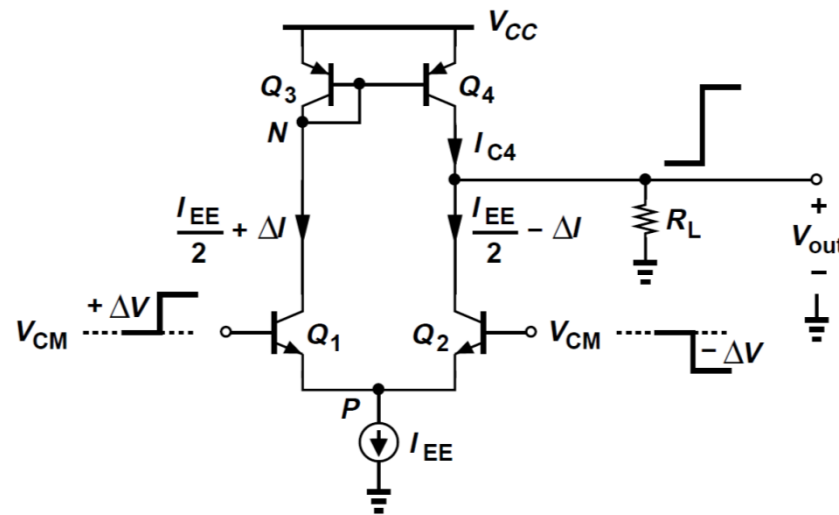
# Diferencijalni par sa aktivnim opterećenjem

Konverzija diferencijalnog u jednostruki izlaz, strujno ogledalo kao opterećenje.  
 $Q_3$  i  $Q_4$  su identični, kao i  $Q_1$  i  $Q_2$ .



# Diferencijalni par sa aktivnim opterećenjem

Na ulazu imamo malu promenu  $\Delta V$ , i pratimo promene na izlazu. Sa promenom ulaznog napona, dolazi do porasta struje  $I_{C1}$  za neko  $\Delta I$ , dok  $I_{C2}$  opada za istu vrednost. Opadanje  $I_{C2}$  se preslikava u porast  $V_{out}$  jer  $Q_2$  vuče manje struje od  $R_L$ . Promena na izlazu je tako pojačani napon  $\Delta V$ .

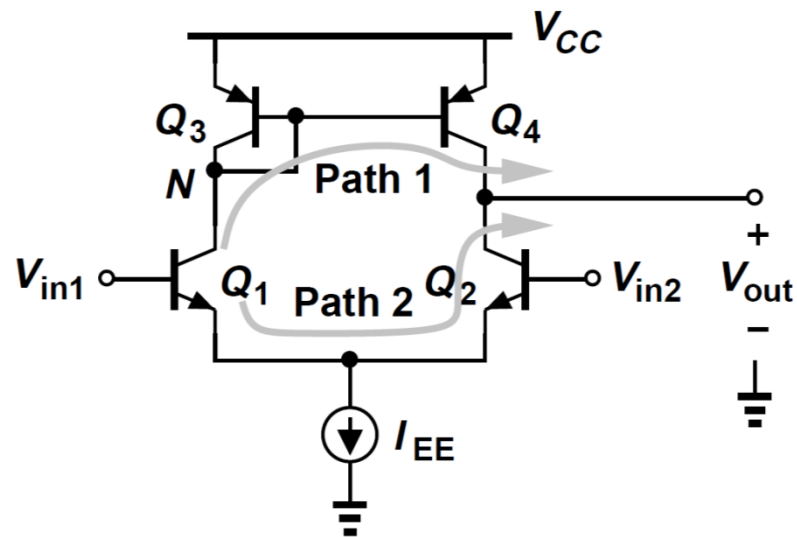


Promena  $I_{C3}$  je takođe jednaka  $\Delta I$ . Ova promena se preslikava na  $I_{C4}$  zbog strujnog ogledala. Pošto  $Q_4$  daje veću struju, napon na  $V_{out}$  raste.

# Diferencijalni par sa aktivnim opterećenjem

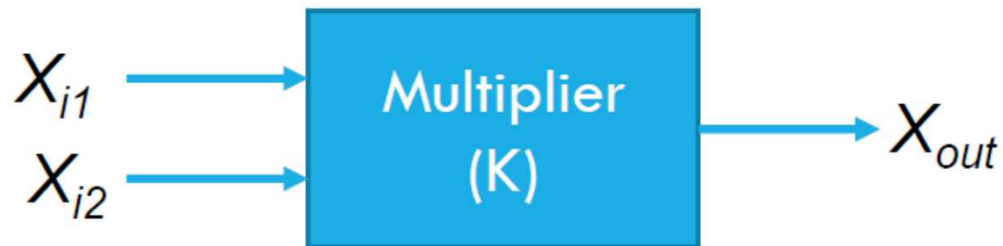
Zapravo, postoje dva puta signala.

Za promenu na diferencijalnom ulazu, na svakom putu se desi promena struje, te promene se sabiraju i rezultiraju promenom izlaznog napona. U oba slučaja izlazni napon *raste*.



# Analogni množači

Analogni množač je kolo koje ima dva analogna ulaza (struja/napon) i generiše izlaz proporcionalan njihovom proizvodu.



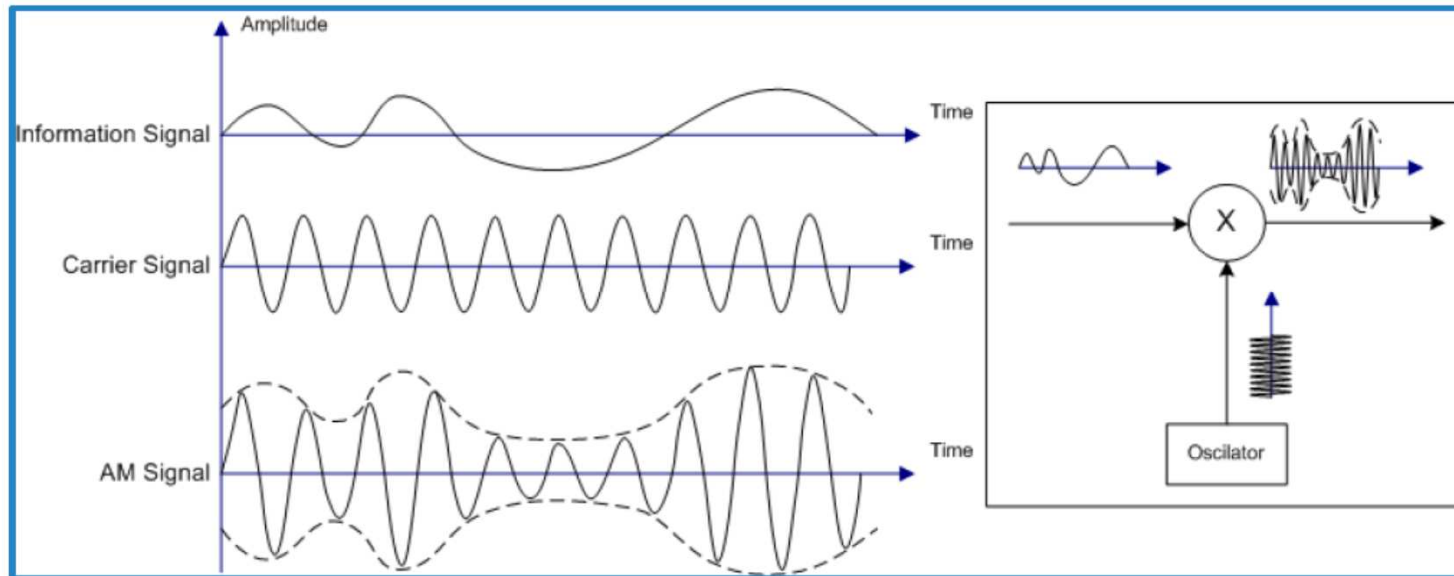
$$X_{out} = K(X_{i1} * X_{i2})$$

**K** je faktor pojačanja



# Analogni množači

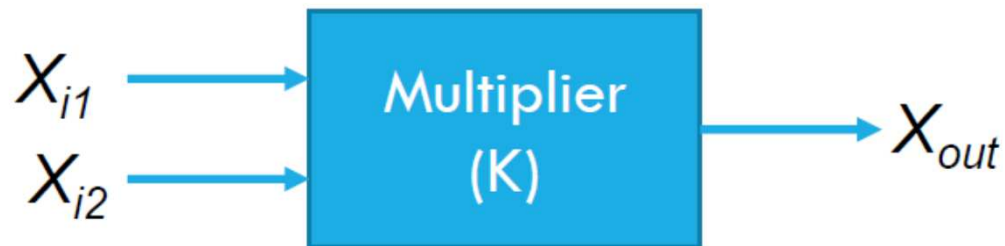
Analogni množači se koriste u komunikacionim sistemima za modulaciju/demodulaciju



***Ilustracija amplitudske modulacije***

# Analogni množači

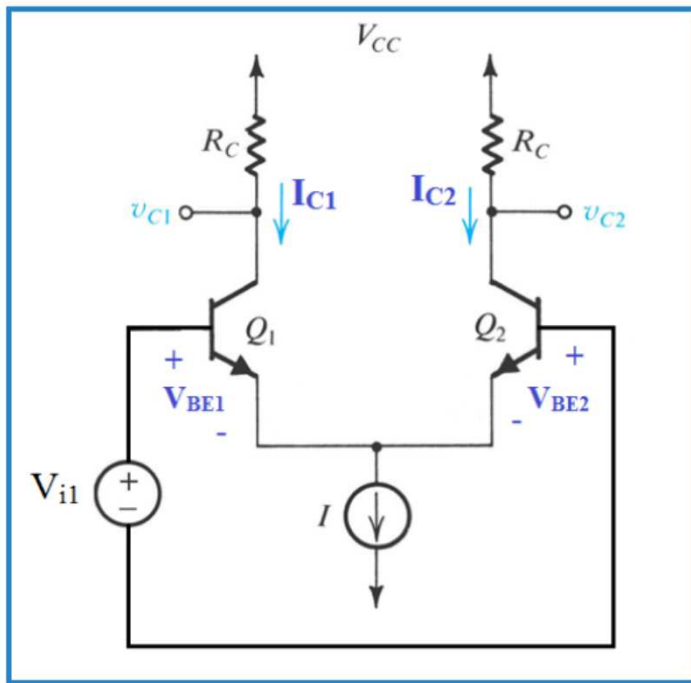
Analogni množači mogu da množe u jednom, dva ili četiri kvadranta. Ova klasifikacija zavisi od polariteta ulaznih signala.



Multiplier	$X_{i1}$	$X_{i2}$
Single (one) Quadrant	Unipolar	Unipolar
Two Quadrant	Unipolar	Bipolar
Four Quadrant	Bipolar	Bipolar

# Analogni množači

Kolo sa spregnutim emitorima može da bude analogni množač u dva kvadranta. Formira se od dva uparena bipolarna tranzistora kojima su povezani emitori



$$I_{C1} + I_{C2} = I$$

$$I_{C1} = I_S \exp \frac{V_{BE1}}{V_T}$$

$$I_{C2} = I_S \exp \frac{V_{BE2}}{V_T}$$

$$V_{i1} = V_{BE1} - V_{BE2}$$

ulazni napon menja kolektorske struje

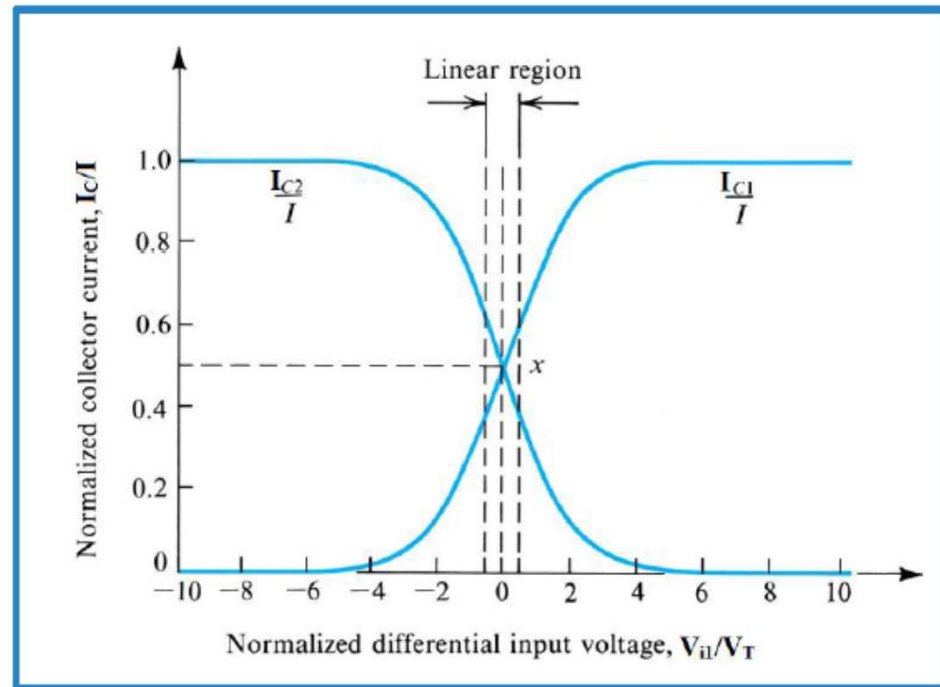
# Analogni množači

$$\frac{I_{C2}}{I_{C1}} = \exp\left(-\frac{V_{i1}}{V_T}\right)$$

$$I_{C1} + I_{C2} = I_{C1} + I_{C1} \exp\left(-\frac{V_{i1}}{V_T}\right) = I$$

$$I_{C1} = \frac{I}{1 + \exp\left(-\frac{V_{i1}}{V_T}\right)}$$

$$I_{C2} = \frac{I}{1 + \exp\left(\frac{V_{i1}}{V_T}\right)}$$



# Analogni množači

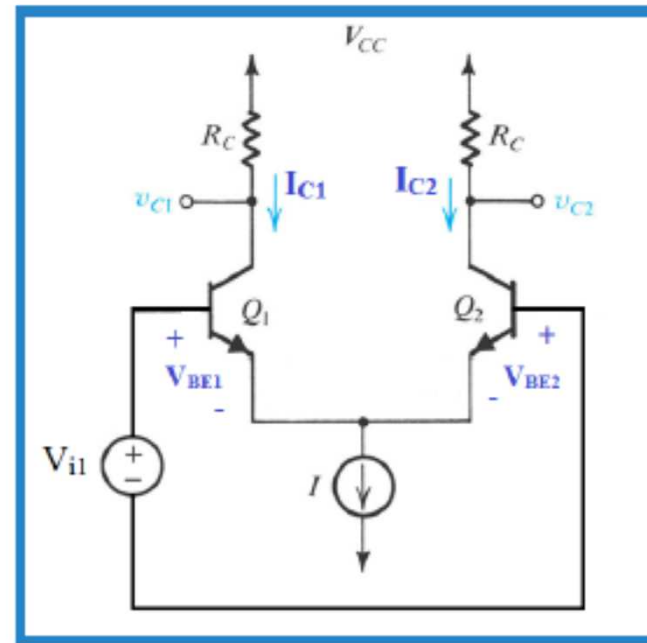
Diferencijalna izlazna struja i napon su u vezi sa ulaznim naponom:

$$\Delta I_C = I_{C1} - I_{C2}$$

$$\Delta I_C = I \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right)$$

$$\Delta V_C = V_{C1} - V_{C2}$$

$$\Delta V_C = -I \cdot R_C \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right)$$



$$\tanh(x) \approx x \quad \text{za } x \ll 1$$

# Analogni množači

Da bismo ovaj stepen koristili kao množač, mora biti zadovoljen uslov:

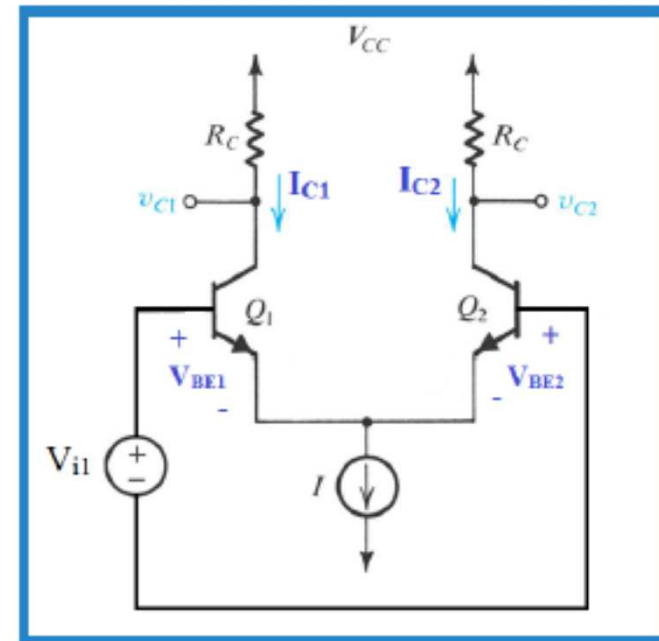
za  $V_{i1} \ll 2V_T$

$$\Delta I_C = I \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right)$$

$$\Delta I_C \approx \frac{1}{2V_T} I \cdot V_{i1}$$

$$\Delta V_C = -I \cdot R_C \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right)$$

$$\Delta V_C \approx -\frac{R_C}{2V_T} I \cdot V_{i1}$$



ulazna vrednost  $V_{i1}$  mora biti manja od 50mV

$$\tanh(x) \approx x \quad \text{za } x \ll 1$$

# Analogni množači

Izlaz je proporcionalan proizvodu diferencijalnog ulaznog napona  $V_{i1}$  i struje  $I$ .  
Stepen množi u dva kvadranta ako je struja pozitivna. Ako struja postane negativna,  $Q_1$  i  $Q_2$  neće raditi u aktivnom režimu, pa eksponencijalna jednačina više ne važi.

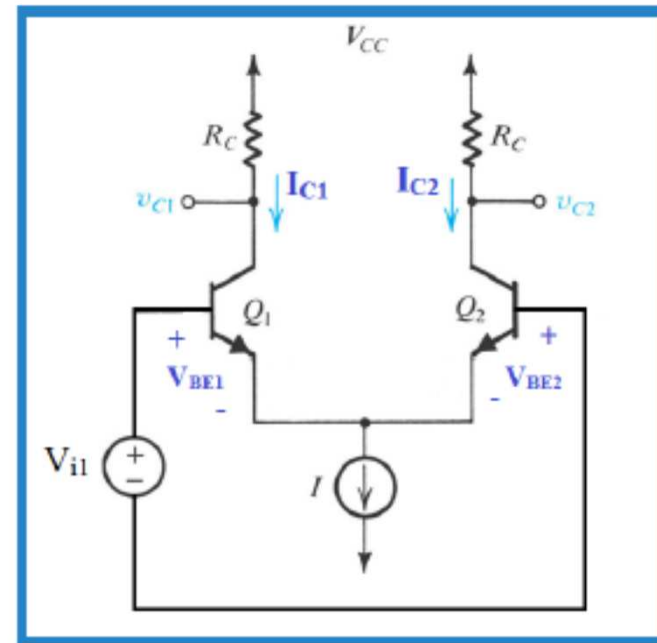
za  $V_{i1} \ll 2V_T$

$$\Delta I_C \approx \frac{1}{2V_T} I \cdot V_{i1}$$

$$\Delta V_C \approx -\frac{R_C}{2V_T} I \cdot V_{i1}$$

$$K_I = \frac{1}{2V_T}$$

$$K_V = -\frac{R_C}{2V_T}$$



# Analogni množači – Gilbertova ćelija

Pomoću tri osnovne jedinice formira se množač u četiri kvadranta- *Gilbertova ćelija*

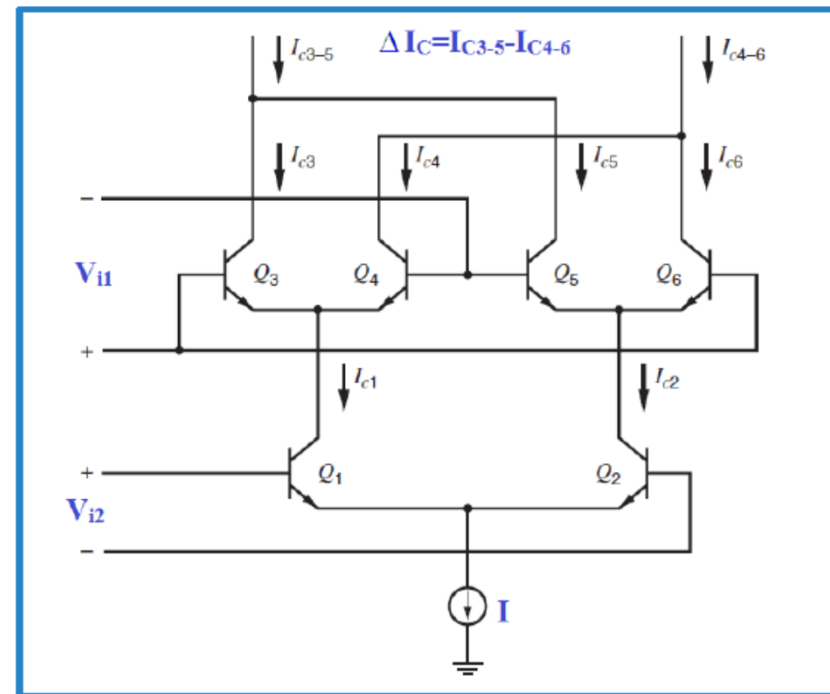
$$\Delta I_C = I_{C3-5} - I_{C4-6}$$

$$\Delta I_C = (I_{C3} + I_{C5}) - (I_{C4} + I_{C6})$$

$$\Delta I_C = (I_{C3} - I_{C4}) + (I_{C5} - I_{C6})$$

$$I_{C3} - I_{C4} = I_{C1} \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right)$$

$$I_{C5} - I_{C6} = I_{C2} \tanh\left(-\frac{V_{i1}}{2V_T}\right) = -I_{C2} \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right)$$





# Analogni množači – Gilbertova ćelija

$$\Delta I_C = (I_{C3} - I_{C4}) + (I_{C5} - I_{C6})$$

$$\Delta I_C = (I_{C1} - I_{C2}) \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right)$$

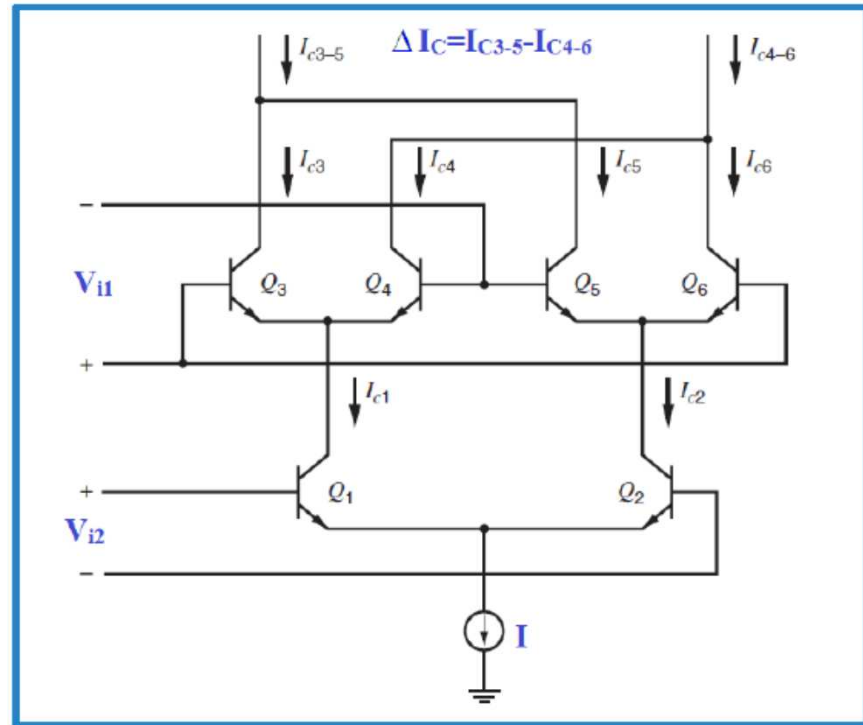
$$I_{C1} - I_{C2} = I \tanh\left(\frac{V_{i2}}{2V_T}\right)$$

$$\Delta I_C = I \tanh\left(\frac{V_{i1}}{2V_T}\right) \tanh\left(\frac{V_{i2}}{2V_T}\right)$$

za  $V_{i1} \& V_{i2} \ll 2V_T$

$$\Delta I_C \approx \frac{1}{(2V_T)^2} V_{i1} V_{i2}$$

$$K_I = \frac{1}{(2V_T)^2}$$

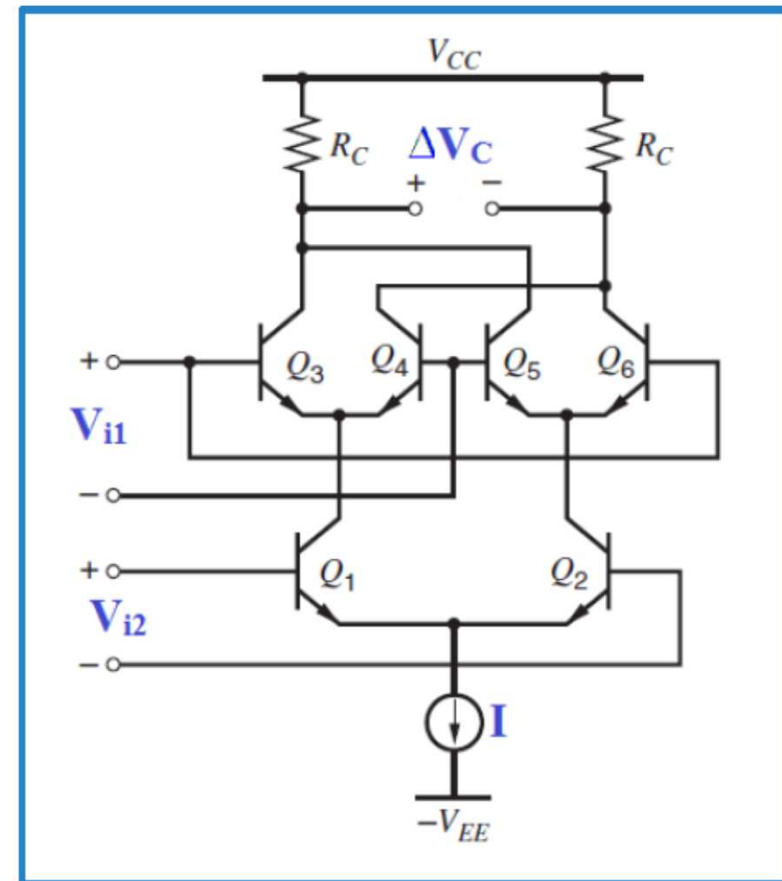


# Analogni množači – Gilbertova ćelija

- Gilbertova ćelija je množač u četiri kvadranta
- Diferencijalna izlazna struja je proporcionalna proizvodu napona  $V_{i1}$  i  $V_{i2}$
- Naponi  $V_{i1}$  i  $V_{i2}$  moraju biti manji od 50mV
- Izlazna struja se može konvertovati u napon:

$$\Delta V_C \approx -\frac{I \cdot R_C}{(2V_T)^2} V_{i1} V_{i2}$$

$$K_V = -\frac{I R_C}{(2V_T)^2}$$



# Pregled poglavlja

- Jednostruki signali (single-ended) su naponi koji se mere u odnosu na masu. Diferencijalni signal se sastoji od dva jednostruka signala koji protiču kroz dve grane, sa dve komponente koje kreću od istog jednosmernog nivoa i zatim se menjaju za iste vrednosti, samo suprotnog znaka.
- Za razliku od jednostrukih signala, diferencijalni signali su imuniji na „common-mode“ šum
- Diferencijalni par se sastoji od dva identična tranzistora, strujnog izvora i dva identična opterećenja.
- Struje tranzistora u diferencijalnom paru ostaju iste ako se ulazni CM nivo menja, tj. kolo „odbacuje“ promene CM signala.
- Struje tranzistora se menjaju u suprotnim smerovima ako se koristi diferencijalni ulaz, tj. kolo ima odziv na diferencijalne ulaze.
- Za male, diferencijalne promene na ulazu, napon čvora strujnog izvora se ne menja zato se smatra čvorom virtuelne mase.

# Pregled poglavlja

- Kod malih signala, ulazna diferencijalna promena bipolarnog diferencijalnog para mora da ostane ispod  $V_T$ . Par se onda može podeliti na dve polovine kola, od kojih je svaka stepen sa zajedničkim emitorom.
- Za razliku od bipolarnih, MOS diferencijalni par može obezbediti manje-više linearnu karakteristiku koja zavisi od izbora dimenzija komponente.
- Diferencijalni izlaz idealno simetričnog diferencijalnog para ne zavisi od ulaznih promena CM nivoa. Ako postoji asimetrija i konačna otpornost strujnog izvora, deo ulaznog CM signala se javlja kao razlika na izlazu, kvareći željeni signal.
- Pojačanje koje se dobija kao promena CM nivoa u odnosu na željeni signal je stepen odbacivanja zajedničkog signala- common mode rejection ratio.
- Moguće je zameniti opterećenja diferencijalnog para strujnim ogledalom da bi se obezbedio jedan izlaz, a očuvalo pojačanje. Ovo kolo se zove diferencijalni par sa aktivnim opterećenjem.